CPGE 1re année

SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGENIEUR

Prévoir et identifier le comportement temporel d'un SLCI

CI 03

2015-2016

PÔLE CHATEAUBRIAND JOLIOT-CURIE

Objectifs

Prévoir les performances des systèmes linéaires continus invariants à l'aide des caractéristiques de leur fonction de transfert

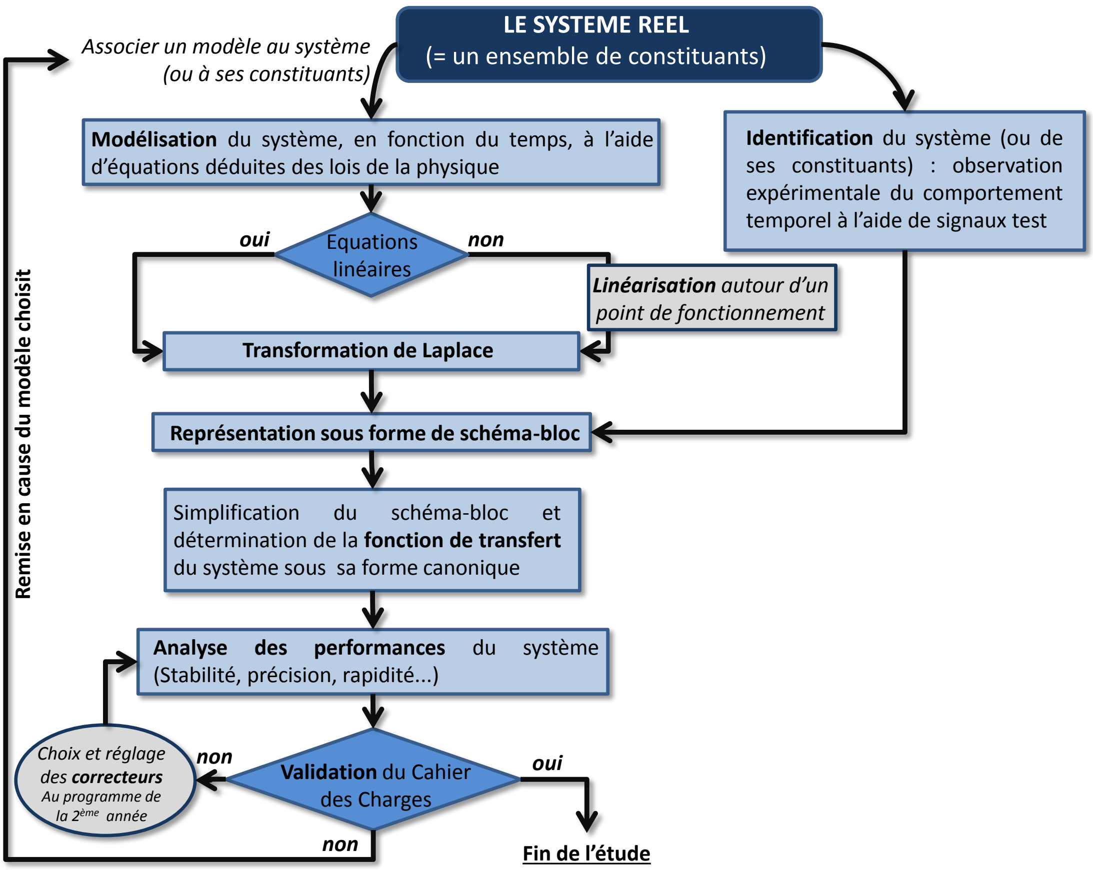
Identifier les modèles de comportement des systèmes linéaires invariants à l'aide des relevés expérimentaux de leurs réponses une entrée en échelon

Sommaire

I Méthode d'analyse des SLCI : principe général

I.1 Principe

La méthode permettant d'évaluer les performances d'un SLCI, en vue de la validation de son cahier des charges, est présentée ci-dessous :



Lors de la phase « analyse des performances », il est intéressant de **connaitre par avance le comportement temporel** (caractéristiques des réponses temporelles) des SLCI que l'on est amené à rencontrer fréquemment : *proportionnels, dérivateurs, intégrateurs, 1er et 2ème ordre.*

Il n'est pas possible de connaître leurs réponses pour tous les types d'entrées mis en œuvre par les utilisateurs.

Cependant, afin de mieux anticiper leurs réactions et donc leurs **performances**, nous allons étudier leurs réponses au signal test de référence : **l'échelon**.

Ces résultats permettent aussi de déterminer un modèle d'un système à partir de résultats expérimentaux par une « méthodes d'identification » (voir V.)

Remarque : un échelon d'amplitude 1 est appelé **échelon unitaire** ou **échelon indiciel**.

II Prévoir le comportement temporel des fonctions élémentaires

Les hypothèses de Heaviside sont toujours supposées vérifiées.

II.1 Comportement temporel des systèmes proportionnels : K

L'équation temporelle et la fonction de transfert d'un système à **action proportionnelle**(1) sont :

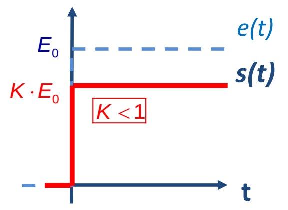
(1) Appelé aussi système de gain pur.

$$s(t)=K\cdot e(t) \text{ pour } t\geq 0 \quad \xrightarrow{L} \quad H(p)=K$$

K : **gain statique** $\quad$ $unité=\dfrac{unité\ de\ la\ sortie}{unité\ de\ l'entrée}$

La réponse à un **échelon** d'amplitude E_0 d'un système à action **proportionnelle** est un **échelon d'amplitude $K\,E_0$**.

$$s(t)=K\,E_0 \text{ pour } t\geq 0$$



II.2 Comportement temporel des systèmes dérivateurs : K.p

L'équation temporelle et la fonction de transfert d'un système **dérivateur** sont :

Rappel : la variable symbolique p est homogène à [T⁻¹], soit des s⁻¹.

$$s(t)=K\frac{d\,e(t)}{dt} \text{ pour } t\geq 0 \quad \xrightarrow{L} \quad H(p)=K\,p$$

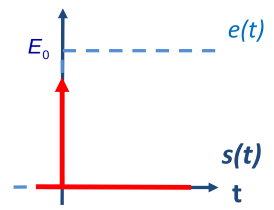
K : **gain statique** $\quad$ $unité=\dfrac{unité\ de\ la\ sortie}{unité\ de\ l'entrée}\cdot s$

(2) Fonction de transformée de Laplace unitaire : $L[\delta(t)]=1$

La réponse à un **échelon** d'amplitude E_0 du bloc **dérivateur** est **l'impulsion de Dirac** $\delta(t)$ (2) :

$$s(t)=\delta(t)$$

On retiendra : $s(t)=0$ pour $t>0$



II.3 Comportement temporel des systèmes intégrateurs : K/p

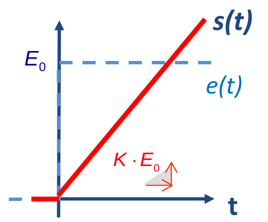
L'équation temporelle et la fonction de transfert d'un système **intégrateur** sont :

$$s(t)=K\int_0^t e(\tau)\,d\tau \text{ pour } t\geq 0 \quad \xrightarrow{L} \quad H(p)=\frac{K}{p}$$

K : **gain statique** $\quad$ $unité=\dfrac{unité\ de\ la\ sortie}{unité\ de\ l'entrée}\cdot s^{-1}$

La réponse à un **échelon** d'amplitude E_0 d'un système **intégrateur** est une **rampe de pente KE_0**.

$$s(t)=K\,E_0\cdot t \text{ pour } t\geq 0$$



III Prévoir le comportement temporel d'un système du 1er ordre : K/(1+τp)

III.1 Équation temporelle et fonction de transfert

Un **système du premier ordre** est un système dont le comportement est régi par une équation différentielle du **premier degré** :

$$\tau\frac{ds(t)}{dt}+s(t)=K\cdot e(t) \qquad pour\ t\geq 0$$

avec : τ, **constante de temps** en secondes

K, **gain statique** $unité=\dfrac{unité\ de\ la\ sortie}{unité\ de\ l'entrée}$

La fonction de transfert, sous l'hypothèse des conditions initiales nulles est :

$$H(p)=\frac{K}{1+\tau p}$$

obtenue à partir de la transformée de Laplace : $\tau\cdot p\cdot S(p)+S(p)=K\cdot E(p)$.

En pratique, de tels modèles sont très courants.

III.2 Réponse temporelle à un échelon

La solution de l'équation différentielle du premier degré est un résultat classique qui sera démontré en physique et mathématiques.

Le résultat, pour des conditions initiales nulles et une entrée en échelon d'amplitude E_0 est :

$$s(t)=K\cdot E_0\left(1-e^{-t/\tau}\right) \text{ pour } t\geq 0$$

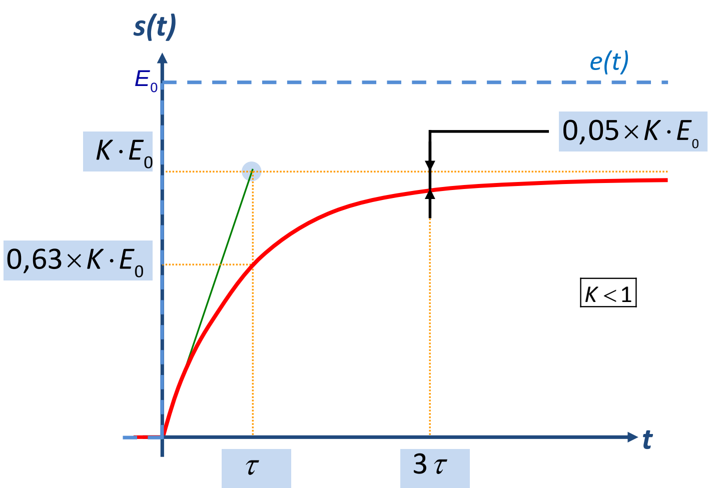
Quelques valeurs particulières :

- pour $t=0$, on retrouve bien $s(t)=0$
- pour $t\to+\infty$, on obtient la valeur finale, $s(+\infty)=KE_0$ (1)
- pour $t=\tau$, $s(\tau)=KE_0\left(1-\dfrac{1}{e}\right)\approx 0{,}63\,KE_0\approx 0{,}63\ s(+\infty)$
- la pente à l'origine est $\left.\dfrac{ds(t)}{dt}\right|_{t=0^+}=KE_0\dfrac{1}{\tau}e^{(-0/\tau)}=\dfrac{KE_0}{\tau}$

(1) Résultat que l'on retrouve aisément par le théorème de la valeur finale :

$$\begin{aligned}s(+\infty)&=\lim_{t\to+\infty}s(t)\\&=\lim_{p\to 0}pH(p)E(p)\\&=\lim_{p\to 0}p\frac{K}{1+\tau p}\frac{E_0}{p}\\&=KE_0\end{aligned}$$

On retiendra les résultats suivants :



(1) Ce résultat permet d'identifier rapidement la constante de temps τ sur la courbe de la réponse temporelle (voir V.)

La valeur finale est $K.E_0$

La tangente à l'origine coupe la valeur finale en $t=\tau$ *

A $t=\tau$, la réponse atteint **63%** de la valeur finale(1)

Le temps de réponse à 5% est : **$tr_{5\%} \approx 3\,\tau$** **

* en effet, la droite tangente à l'origine a pour équation : $y(t)=\frac{K\cdot E_0}{\tau}t$, d'où $y(t)=K\cdot E_0$ pour $t=\tau$.

Cette propriété est vérifiée en tout point de la courbe : si $y(t)=s'(t_1)(t-t_1)+s(t_1)$ alors $y(t_1+\tau)=K\cdot E_0$.

** On cherche t_r tel que $s(t_r)=0{,}95\cdot s(+\infty)$, soit t_r vérifiant : $KE_0\,(1-e^{-t_r/\tau})=0{,}95\cdot KE_0$

$$\Rightarrow e^{-t_r/\tau}=0{,}05 \Rightarrow t_r=-\tau\cdot\ln(0{,}05)\approx 3\cdot\tau$$

On observe que :

- La **constante de temps** τ caractérise le comportement du système en **régime transitoire** (temps pour atteindre 63% de la variation finale et un tiers du temps pour atteindre 95% de la variation finale) ;

- Le **gain statique *K*** caractérise le comportement du système en **régime permanent** : valeur finale atteinte $=K\,E_0$.

IV Prévoir le comportement temporel d'une système du 2ème ordre : K/[1+2z/ω0.p+(p/ω0)²]

IV.1 Équation temporelle et fonction de transfert

Un **système du 2ème ordre** est un système dont le comportement est régi par une équation différentielle du **second degré** que l'on écrira sous la forme :

$$\frac{1}{\omega_0^2}\frac{d^2s(t)}{dt^2}+\frac{2z}{\omega_0}\frac{ds(t)}{dt}+s(t)=K\,e(t) \text{ pour } t>0$$

avec ω_0, **pulsation propre** (>0 et exprimée en rad/s)

z (noté parfois *m* ou ξ), **facteur d'amortissement** (>0, sans unité)

K*, *gain statique, $\textit{unité}=\frac{\textit{unité de la sortie}}{\textit{unité de l'entrée}}$

La fonction de transfert, sous l'hypothèse des conditions initiales nulles est :

$$H(p)=\frac{K}{1+\frac{2z}{\omega_0}p+\left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}$$

en effet, la transformée de Laplace de l'équation différentielle est :

$$\frac{1}{\omega_0{}^2}p^2S(p)+\frac{2z}{\omega_0}p\,S(p)+S(p)=K\,E(p) \text{ soit } S(p)\left(\frac{1}{\omega_0{}^2}p^2+\frac{2z}{\omega_0}p+1\right)=K\,E(p)$$

IV.2 Réponse temporelle à un échelon

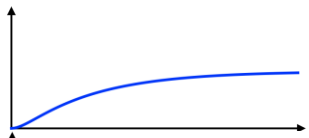
Comme pour l'équation du premier degré, la solution de l'équation différentielle du second degré est un résultat classique qui sera démontré en physique et mathématiques.

La recherche de la solution conduit à déterminer les racines d'une équations du second degré de déterminant $\Delta=4\omega_0^2(z^2-1)$ conduisant à des **réponses différentes** suivant la valeur du **facteur d'ammortissement** z. Les équations temporelles sont données pour information.

Réponses non oscillatoires

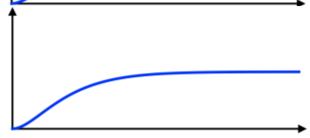
Si z>1 : $s(t)=KE_0\left[1+\dfrac{1}{\tau_2-\tau_1}\left(\tau_1 e^{-t/\tau_1}-\tau_2 e^{-t/\tau_2}\right)\right]$ pour t≥0

avec $\tau_1=\dfrac{1}{\omega_0}\left(z-\sqrt{z^2-1}\right)$ et $\tau_2=\dfrac{1}{\omega_0}\left(z+\sqrt{z^2-1}\right)$



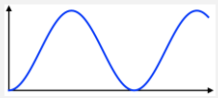
Si z=1 : $s(t)=KE_0\left(1-e^{-t/\tau}-\dfrac{t}{\tau}e^{-t/\tau}\right)=KE_0\left(1-\left(1+\dfrac{t}{\tau}\right)e^{-t/\tau}\right)$ pour t≥0

avec $\tau=1/\omega_0$



Réponse oscillatoire amortie

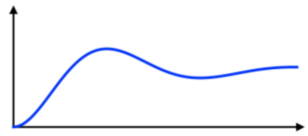
Le cas z=0, régime oscillatoire non amorti, correspond aux systèmes harmoniques. La valeur finale n'existe pas, le temps de réponse à 5% et le nombre de dépassements ne sont pas définis. Il ne sera pas étudié ici.



$s(t)=KE_0\,(1-\cos(\omega_0 t))$

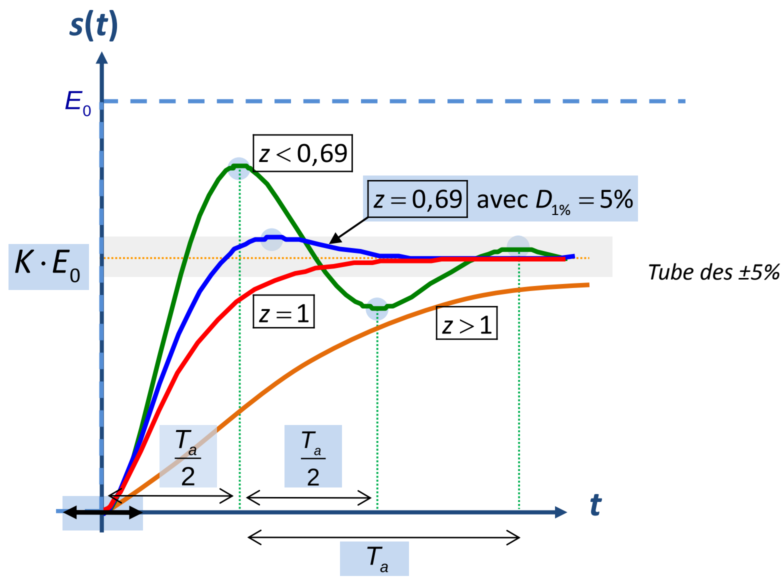
Si 0<z<1 : $s(t)=KE_0\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{1-z^2}}e^{-\omega_0 z t}\sin(\omega_a t+\varphi)\right)$ pour t≥0

avec $\varphi=\arctan\dfrac{\sqrt{1-z^2}}{z}$ et $\omega_a=\omega_0\sqrt{1-z^2}$



Caractéristiques de la réponse

On retiendra les résultats suivants, obtenus à partir de l'étude des équations temporelles.



La **valeur finale** est *K.E*0

La **pente à l'origine** est **nulle**.

Il n'y a des **dépassements** que pour 0<**z<1**.

(1) C'est la pulsation des oscillations amorties de la réponse. Elle est toujours $<\omega_0$

(2) C'est l'intervalle de temps correspondant à une alternance complète des oscillations amorties de la réponse.

Lorsqu'il y dépassement (0<**z<1**), on définit :

- la **pulsation amortie**(1) vaut $\omega_a=\omega_0\sqrt{1-z^2}$ en rd/s ;
- la **pseudo-période**(2) vaut $T_a=\dfrac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-z^2}}$.

En effet la relation entre fréquence et période est donnée par $f=\dfrac{1}{T}=\dfrac{\omega}{2\pi}$.

Attention : la durée entre un dépassement (ou à partir de t=0) et un passage à KE₀ n'est pas connue.

(1) valeur du dépassement relatif d'ordre k :

$D_{k\%} = e^{\frac{-z.k.\pi}{\sqrt{1-z^2}}}$

Le **nombre et les valeurs** $D_{k\%}$ **des dépassements** varient avec la valeur de z :

- lorsque $z \geq 1$, il n'y pas de dépassement ;
- lorsque **z=0,69**, il existe **un seul** dépassement >1% qui vaut **5%** ;
- lorsque 0<z<1, la valeur du dépassement relatif d'ordre k est donnée par l'abaque en annexe **ou** une formule(1).

Abaque des dépassements relatifs $D_{k\%}$ d'une réponse à un échelon d'un système du 2ème ordre.

A1 - Pour *z*=0,3, combien de dépassements sont supérieurs à 1%.

Pour *z*=0,3, on trouve 4 dépassements supérieurs à 1% (D1%=37%, D2%=14%, D3%=5% et D4%=2%).

A2 - Pour quelles valeurs du coefficient d'amortissement, tous les dépassements sont inférieurs à 1% ?

La valeur limite correspond à l'intersection de la courbe n=1 avec l'axe des abscisses. Pour 0,82<*z*<1, les dépassements ont une amplitude inférieure à 1% (non visible à l'œil).

A3 - Pour quelle valeur de *z*, la réponse ne possède qu'un dépassement supérieur à 5% ? deux dépassements ?

Pour *z*=0,69, D1%=5%. Il n'y a pas d'autre dépassement supérieur à 1%.

Pour *z*=0,42, D2%=5% avec D1%=22% et D3%=1%.

Pour 0,82 < *z* < 1, il existe des dépassements mais qui ne sont pas visibles à l'œil (ils sont inférieurs à 1%).

Lorsque 0<z<1, la sortie oscille de façon amortie autour de l'asymptote finale.

On considère que les dépassements sont négligeables à partir du moment où ils ne sont plus visibles à l'œil (1%), mais ils existent !

Le **temps de réponse à 5%** varie avec la valeur de z :

- lorsque 0<z<<1, $tr_{5\%}$ est grand car le système est peu amorti ;
- lorsque **z=0,69, $tr_{5\%}$ est minimal**, un seul dépassement >1%, $D_{1\%}$=5% ;
- lorsque z=1, il s'agit du système **sans dépassement le plus rapide** ;
- lorsque z>>1, $tr_{5\%}$ est grand car le système est très amorti.

(1) Il n'existe pas d'expression simple qui permet de calculer $tr_{5\%}$.

On utilise un abaque qui nous donne la valeur du temps de réponse réduit (= $tr_{5\%} \cdot \omega_0$) en fonction du facteur d'amortissement.

Le temps de réponse réduit est sans unité.

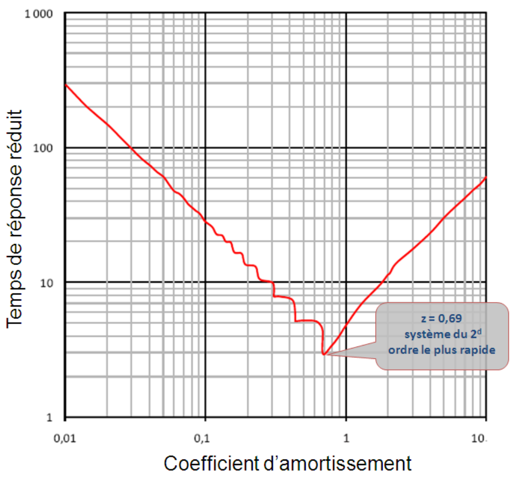
Le **temps de réponse réduit**(1) $tr_{5\%} \cdot \omega_0$ ne dépend que du facteur d'amortissement *z* :

- lorsque *z*=0,69, $tr_{5\%} \cdot \omega_0 \approx 3 \Rightarrow tr_{5\%} = 3/\omega_0$;
- lorsque *z*=1, $tr_{5\%} \cdot \omega_0 \approx 5 \Rightarrow tr_{5\%} = 5/\omega_0$;
- pour les autre valeurs de *z*, on utilise l'abaque ci-dessous.

Temps de réponse réduit $tr_{5\%} \cdot \omega_0$ pour la réponse à un échelon d'un système du second ordre.

À un facteur d'amortissement correspond un temps de réponse réduit.

Par conséquent, pour un même facteur *z*, plus ω_0 augmente, plus $tr_{5\%}$ diminue et donc plus le système est rapide.



V Identifier un modèle de comportement

V.1 Principe

Il est parfois nécessaire, ou utile, de modéliser le comportement d'un système à partir de **résultats expérimentaux**, sans passer par un modèle connaissance. On utilise dans ce cas-là une **méthode d'identification**. Cela consiste à rechercher un modèle en analysant la réponse du système à des entrées connues, de type échelon dans notre cas.

Il existe de nombreuses méthodes d'identification plus ou moins complexes, nous nous limiterons ici aux plus simples.

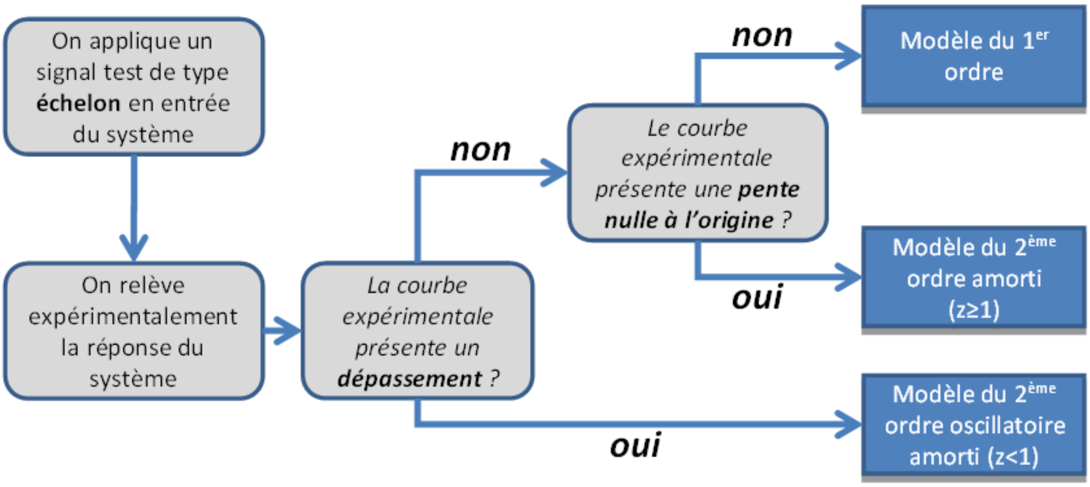
- Le système est considéré comme une « **boite noire** ».
- On le soumet à un échelon et on compare les réponses obtenues expérimentalement à un catalogue de réponses types.
- On identifie les paramètres de sa fonction de transfert sur les relevés expérimentaux et on établit ainsi un **modèle de comportement** du système.

Cette démarche permet d'obtenir un modèle qu'il convient de valider en comparant des comportements prévus par simulation avec d'autres résultats expérimentaux.

Cette étape de validation permet aussi d'estimer le domaine de validité du modèle.

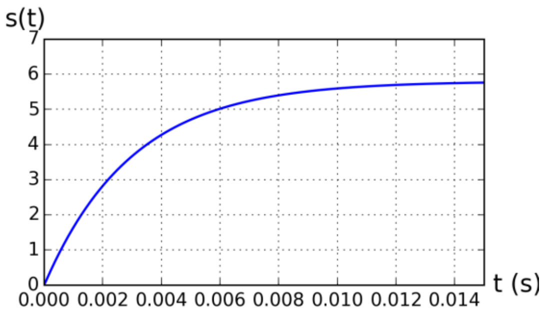
Au regard des caractéristiques des réponses temporelles des systèmes du 1er et du 2ème ordre présentées précé-demment, on peut proposer la démarche d'identification ci-contre :

Attention : pour des systèmes du 2ème ordre dont le facteur d'amortissement est tel que $0{,}8 \leq z < 1$, il existe des dépassements $< 1\%$ qui ne sont pas visibles à l'œil.



V.2 Modéliser le comportement par un 1er ordre et identifier les paramètres

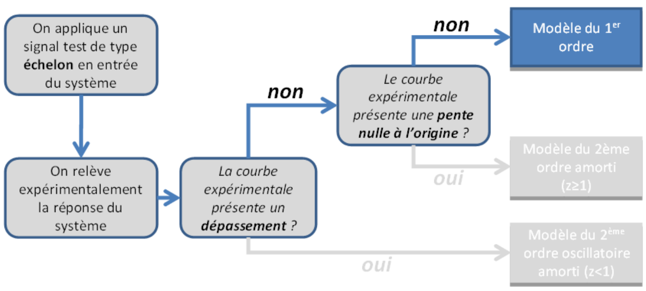
Exemple : considérons un système dont la fonction de transfert est inconnue et dont la réponse à un échelon d'amplitude $E_0 = 2$ obtenue expérimentalement, est donnée ci-contre.



Elle s'apparente à la réponse d'un système du 1er ordre.

Cette simple observation permet, a priori, de proposer comme modèle de comportement du système, une fonction de transfert de la forme :

$$H(p) = \frac{K}{1 + \tau \cdot p}$$



Identifier le système revient dans ce cas à déterminer les valeurs du gain statique ***K*** et de la constante de temps τ.

Les paramètres d'un système du premier ordre sont identifiés ainsi :

- K à partir de la **valeur finale** et de la relation $s(+\infty)=KE_0$ (attention aux conditions initiales).
- τ à partir du temps de réponse à **63%**.

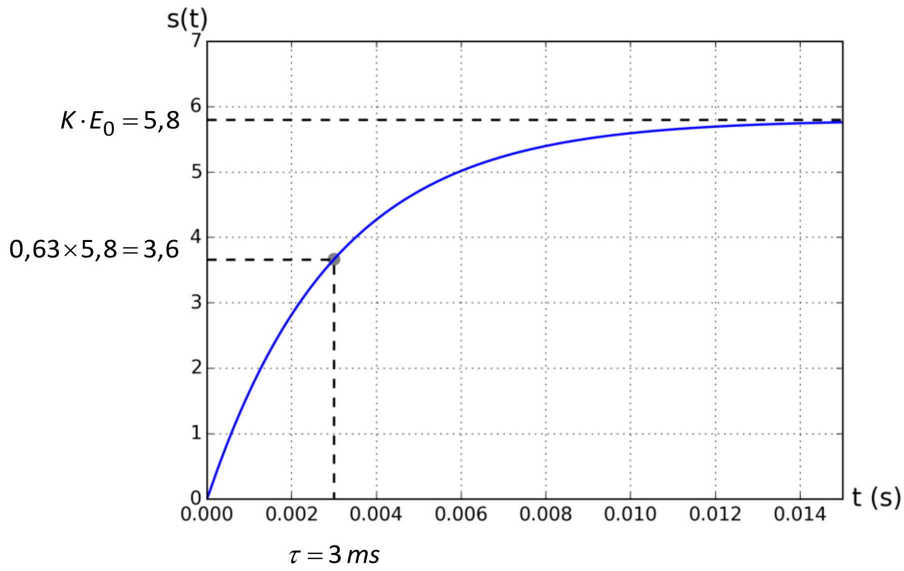
Application : à partir de la réponse expérimentale à un échelon d'amplitude 2, identifier les paramètres du système modélisé par un premier ordre.

A4 - Identifier la valeur de K

La valeur finale vérifie : $s(+\infty)=KE_0$, d'ou K=5,8/2=2,9

A5 - Identifier la valeur de τ

$0,63\times s(+\infty)=3,6$, correspondant à un temps de 3 ms.

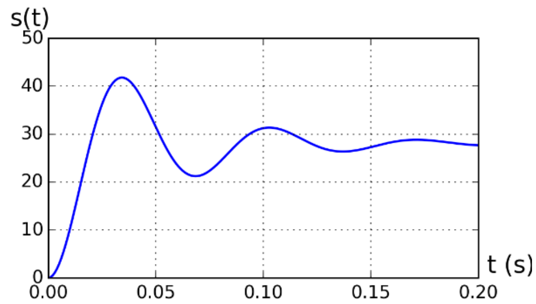


A6 - En déduire la fonction de transfert du premier ordre.

$$H(p)=\frac{2,9}{1+3.10^{-3}p}$$

V.3 Modéliser le comportement par un 2ème ordre et identifier les paramètres

Réponse avec dépassement

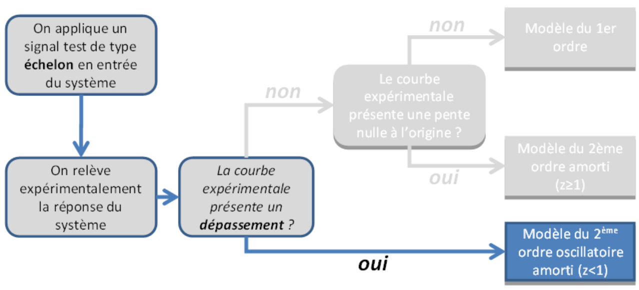


Exemple : considérons un système dont la fonction de transfert est inconnue et dont la réponse à un échelon d'amplitude E_0=2 obtenue expérimentalement, est donné ci-contre.

Elle s'apparente à la réponse d'un système du 2ème ordre : valeur finale, tangente à l'origine nulle, dépassements d'amplitudes décroissantes.

Cette simple observation permet, a priori, de proposer comme modèle de comportement du système, une fonction de transfert de la forme :

$$H(p)=\frac{K}{1+\frac{2\cdot z}{\omega_0}p+\left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}$$



Dans ce cas-là, trois paramètres à identifier sont : le gain statique ***K***, le facteur d'amortissement **z** et la pulsation propre $\boldsymbol{\omega_0}$.

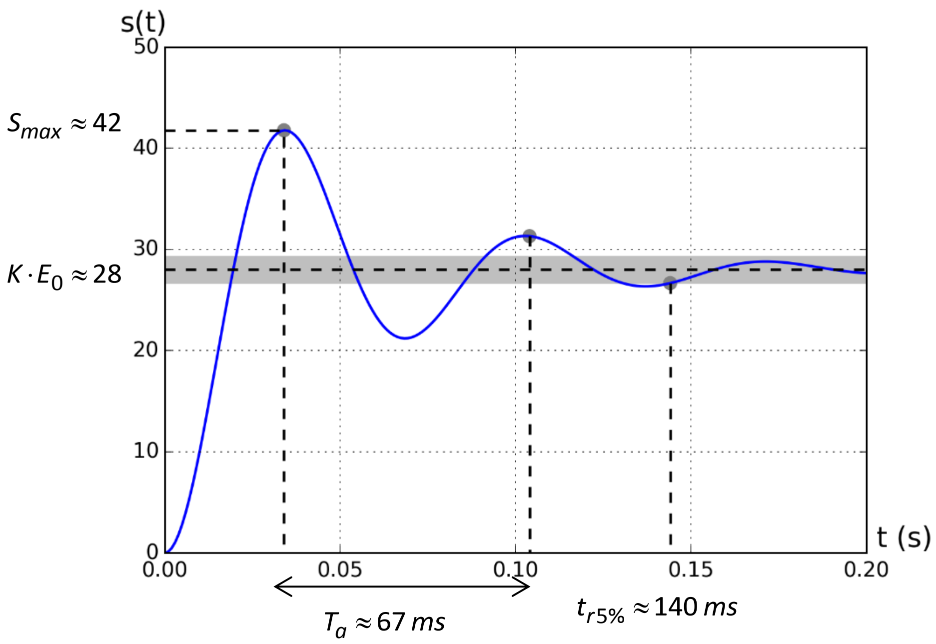
Dans le cas d'une **réponse à un échelon avec dépassement**, les caractéristiques du 2ème ordre sont identifiées ainsi :

- ***K*** à partir de la **valeur finale** et de la relation $s(+\infty)=KE_0$;
- ***z*** à partir du **premier dépassement D1%** et en utilisant **l'abaque** qui lie le dépassement au facteur d'amortissement **ou** avec la relation

$$D_{1\%}=e^{\frac{-z\pi}{\sqrt{1-z^2}}}$$

- ω_0 à partir de la **pseudo période T_a** et en utilisant la relation $T_a=\dfrac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-z^2}}$ **ou** en relevant la valeur de **tr5%** et en utilisant **l'abaque** qui lie le temps de réponse réduit $tr_{5\%}\cdot\omega_0$ et le facteur d'amortissement.

Application : à partir de la réponse expérimentale à un échelon d'amplitude 2, identifier les paramètres du système modélisé par un deuxième ordre.



A7 - Identifier la valeur de K

La valeur finale vérifie : $s(+\infty)=KE_0$, d'ou K=28/2=14

A8 - Identifier la valeur de z

On relève $D_{1\%}=\left|\dfrac{s_{max}-s_\infty}{s_\infty}\right|\approx\dfrac{42-28}{28}\approx 50\,\%$

Sur l'abaque qui lie le dépassement au facteur d'amortissement on trouve : $z\approx 0{,}21$.

On peut aussi utiliser la formule : $0{,}5=D_{1\%}=e^{\frac{-z\cdot\pi}{\sqrt{1-z^2}}}\Rightarrow \ln 0{,}5=\dfrac{-z.\pi}{\sqrt{1-z^2}}\Rightarrow(\ln 0{,}5)^2.(1-z^2)=z^2.\pi^2$

$$\Rightarrow(\ln 0{,}5)^2=z^2.\left(\pi^2+(\ln 0{,}5)^2\right)$$

donc $z\approx\sqrt{\dfrac{(\ln 0{,}5)^2}{\pi^2+(\ln 0{,}5)^2}}\approx 0{,}21$

A9 - Déterminer la pulsation amortie puis ω_0

On relève $T_a \approx 67\,ms$ et $tr_{5\%} \approx 140\,ms$

On en déduit donc que :

$$67.10^{-3} = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-z^2}} \Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{67.10^{-3}\sqrt{1-0,21^2}}$$ donc $\omega_0 \approx 95$ rad/s

On peut aussi utiliser l'abaque qui lie le temps de réponse réduit $tr_{5\%} \cdot \omega_0$ et le facteur d'amortissement pour trouver ce résultat.

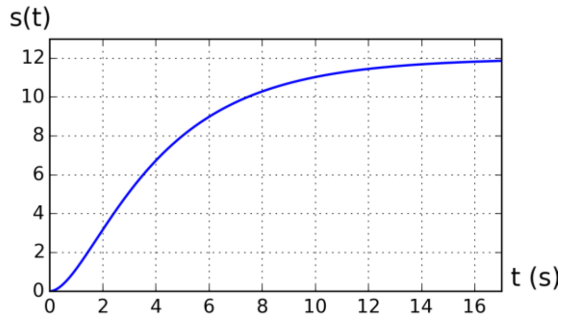
Pour $z = 0.21 \Rightarrow tr_{5\%} \cdot \omega_0 = 13 \Rightarrow \omega_0 = \frac{13}{tr_{5\%}}$ donc $\omega_0 \approx \frac{13}{140.10^{-3}} \approx 93\,\text{rad/s}$

A10 - En déduire une fonction de transfert représentative du comportement du système

$$H(p) = \frac{14}{1 + \frac{0,42}{95}p + \frac{p^2}{95^2}}$$

Réponse sans dépassement

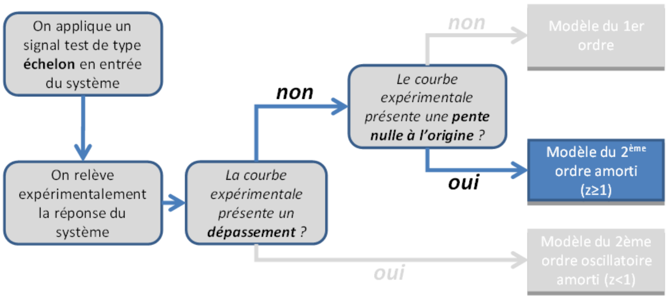
Exemple : considérons un système dont la fonction de transfert est inconnue et dont la réponse à un échelon d'amplitude $E_0 = 2$ obtenue expérimentalement, est la suivante :



Elle s'apparente à la réponse d'un système du 2ème ordre : valeur finale, pente à l'origine nulle, pas de dépassement, un seul point d'inflexion.

Cette simple observation permet, a priori, de proposer comme modèle de comportement du système, une fonction de transfert de la forme :

$$H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2 \cdot z}{\omega_0}p + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}$$



On est dans le cas où z≥1. Il n'y a pas de dépassement ni d'oscillations et le dénominateur de $H(p)$ admet 2 racines réelles (Δ≥0). Il est préférable alors d'écrire la fonction de transfert sous la forme :

$$H(p) = \frac{K}{(1+\tau_1 \cdot p)(1+\tau_2 \cdot p)}$$

(1) Et non pas les valeurs de z et ω_0.

Dans ce cas-là, trois paramètres à identifier sont : le gain statique ***K***, les deux constantes de temps τ_1 et τ_2 (1) .

Dans le cas d'une **réponse à un échelon sans dépassement**, mais avec **pente nulle à l'origine**, les caractéristiques du 2ème ordre sont identifiées en supposant que pour *t* suffisamment grand, la courbe est assimilable à un **premier ordre de constante de temps τ_2, avec un retard τ_1**. Les caractéristiques sont déterminées ainsi :

- ***K*** à partir de la valeur finale ;
- τ_2 à partir de l'intersection d'une droite **tangente à la courbe** avec l'asymptote horizontale ;
- τ_1 à partir du **temps de réponse à 63%** correspondant à l'instant $\tau_1 + \tau_2$.

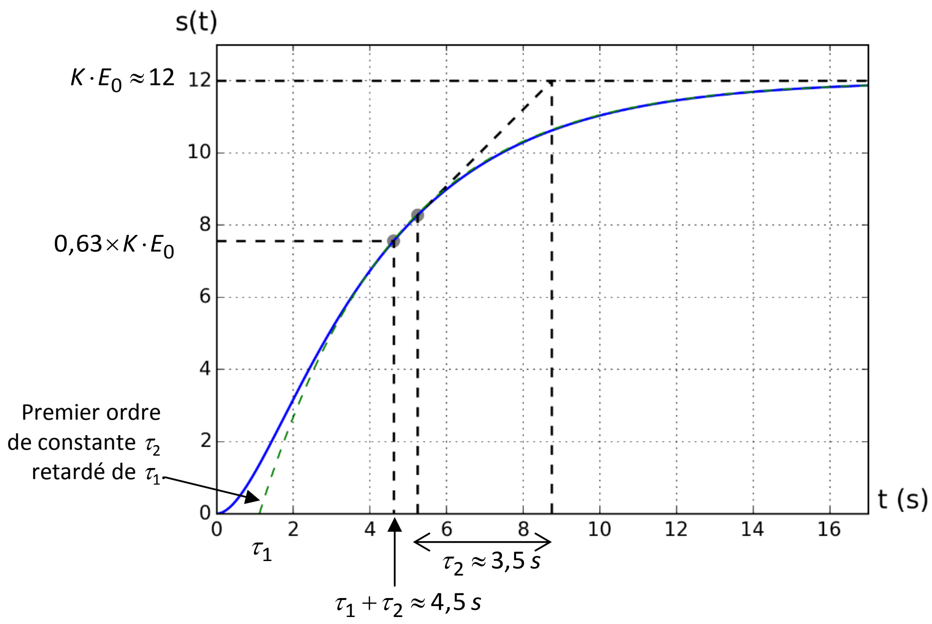
Application : à partir de la réponse expérimentale à un échelon d'amplitude 2, identifier les paramètres du système modélisé par un deuxième ordre.

A11 - Déterminer les constantes de temps.

À partir d'un point de la courbe suffisamment éloigné du point d'inflexion, après avoir tracé la tangente en ce point et son intersection avec l'asymptote horizontale, on relève sur la courbe :

$s(+\infty) \approx 12,\ \tau_2 \approx 3{,}5\,s$

Le temps de réponse à 63% est de 4,5 s. D'où, $\tau_1 \approx 4{,}5 - \tau_2 \approx 1\,s$



A12 - Déterminer la fonction de transfert et les caractéristiques de la fonction

$K = s(+\infty)/E_0 \approx 6$ d'ou : $H(p) = \dfrac{6}{(1+p)(1+3{,}5p)} = \dfrac{6}{1+4{,}5\,p+3{,}5\,p^2}$

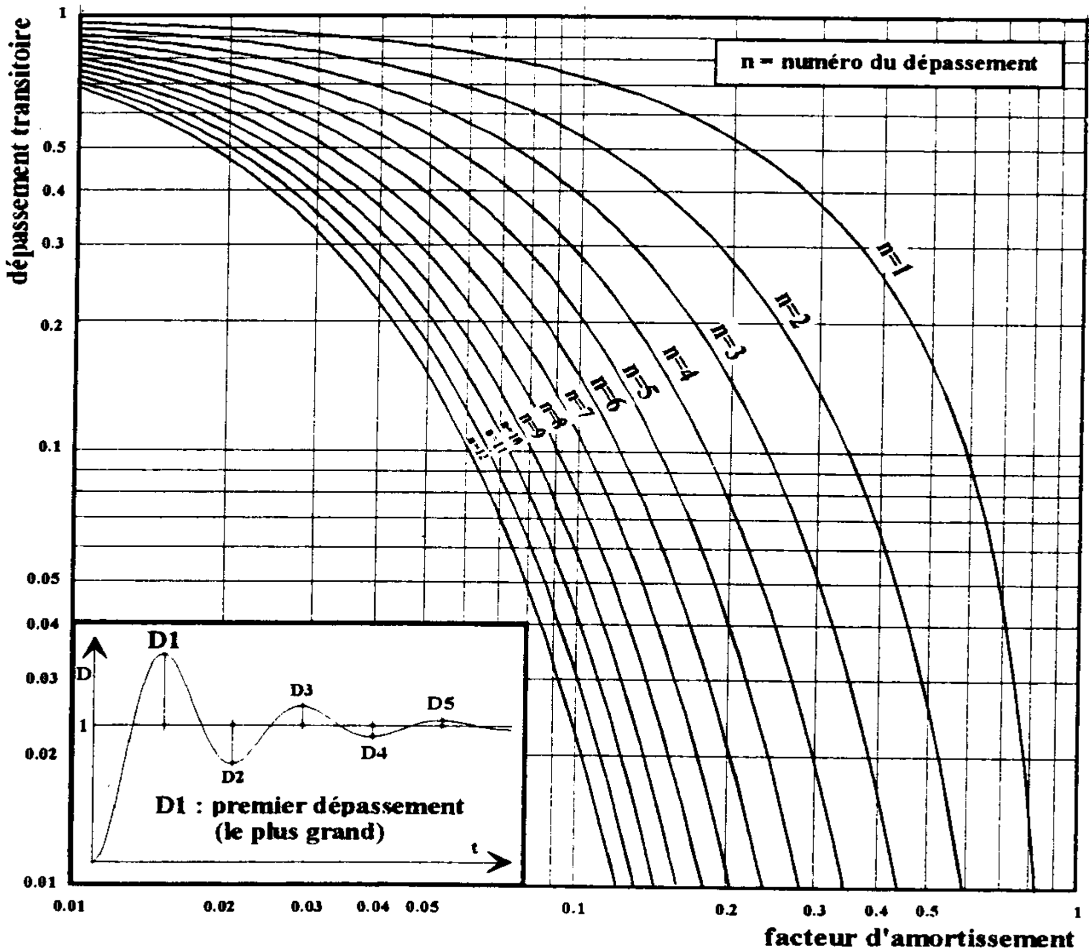
D'où, $\dfrac{1}{\omega_0^2} = 3{,}5$, soit $\omega_0 = 0{,}53$ rad/s, et $\dfrac{2z}{\omega_0} = 4{,}5$, soit $z = 1{,}2$.

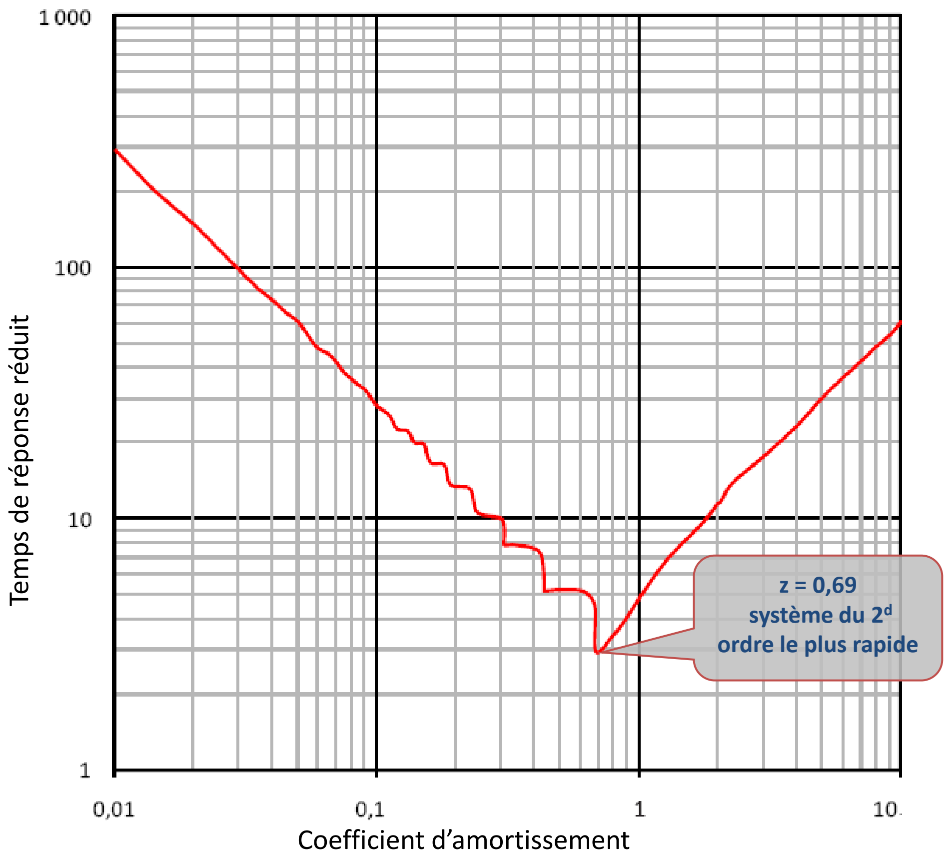
Réponse sans dépassement avec pôle dominant $\tau_1 << \tau_2$

Lorsqu'une constante de temps est négligeable devant l'autre, la réponse temporelle à un échelon d'un système du 2ème ordre amorti modélisé par $H(p) = \dfrac{K}{(1+\tau_1\,p)(1+\tau_2\,p)}$ est proche de la réponse temporelle à un échelon d'un système du 1er ordre modélisé par $H(p) = \dfrac{K}{(1+\tau_2\,p)}$.

Abaques

$$D_{k\%} = e^{\frac{-z.k.\pi}{\sqrt{1-z^2}}}$$





Savoirs

Je connais :

- ☐ La forme des fonctions de transfert des systèmes proportionnels, intégrateurs et dérivateurs et les caractéristiques de leurs réponses à un échelon test
- ☐ La forme de la fonction de transfert d'un système du 1er ordre et les caractéristiques de ses réponses à un échelon test
- ☐ La forme de la fonction de transfert d'un système du 2ème ordre et les caractéristiques de ses réponses à un échelon test
- ☐ La démarche d'identification temporelle des systèmes.

Savoir-faire

Je sais :

- ☐ Tracer le signal de sortie d'un système du 1er ou 2ème ordre en réponse à une entrée en échelon
- ☐ Identifier un modèle de comportement d'un système à partir de sa réponse à un échelon.