

Enseignement Transversal STIDD TD de fin d'année



Domaines abordés

- Masse volumique, poids, poussée d'Archimède
- Modélisation mécanique
- Principe fondamental de la statique
- Résistance des matériaux
- Conservation de l'énergie

Mise en situation : Novembre 2004 sur le port de Galway en Irlande

Encore beaucoup trop de personnes sur ce quai qui n'ont pas fait sérieusement les activités d'enseignement transversal de STIDD !



1. Poussée d'Archimède

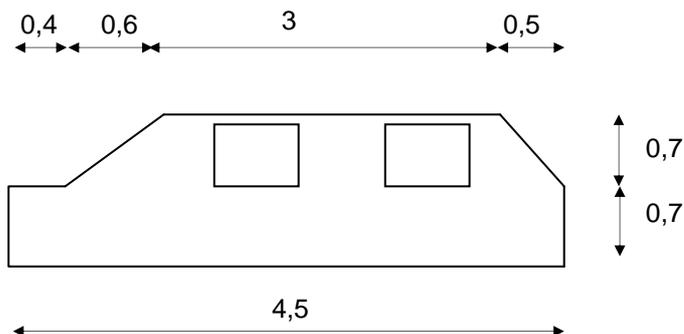
Le questionnement suivant devrait vous permettre de comprendre pourquoi le désastre énoncé dans la mise en situation a eu lieu.

Nous allons étudier le phénomène de la poussée d'Archimède sur la voiture qui tombe à l'eau.

Masse de la voiture : **1300 kg** + une personne de **100 kg**

Largeur de la voiture : **1,7 m**

Modèle simplifié à utiliser pour le calcul du volume extérieur:



Données complémentaires :

Accélération de la pesanteur : **$g = 9,81 \text{ N.kg}^{-1}$**

Masse volumique de l'eau : **$\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$**

Travail demandé :

Scénario A : La voiture ci-dessus chute dans l'eau. On considère que les vitres de la voiture restent fermées et que la voiture est parfaitement étanche.

1.1. Calculer le poids de la voiture avec son chauffeur.

$$\text{Poids voiture} + 1 \text{ personne} : 1400 \times 9,81 = 13734 \text{ N} = 13,734 \text{ kN}$$

1.2. Calculer le volume extérieur de la voiture en décomposant la voiture en formes élémentaires.

$$4,5 \times 1,4 - (0,4 \times 0,7 + \frac{1}{2} \times (0,6 \times 0,7 + 0,5 \times 0,7)) = 5,635 \text{ m}^2$$

$$5,635 \times 1,7 = 9,5795 \text{ m}^3$$

1.3. Calculer la poussée d'Archimède exercée sur le véhicule supposé entièrement immergé (vous considérerez que la voiture est parfaitement étanche). Qu'en déduisez-vous ?
Calculer le volume effectivement immergé du véhicule.

$$9,5795 \times 1000 \times 9,81 = 93975 \text{ N} = 93,975 \text{ kN}$$

Le véhicule flotte car $93,975 \text{ kN} > 13,734 \text{ kN}$

La poussée d'Archimède équilibre le poids du véhicule soit $13,734 \text{ kN}$
 $13734 / (1000 \times 9,81) = 1,4 \text{ m}^3$ (en fait tout simplement le volume de 1400 kg d'eau)

1.4. Pour évacuer le véhicule, le soulèvement se fait en deux phases successives.

Phase 1 : le véhicule est partiellement immergé. Calculer la force à produire pour soulever le véhicule.

Phase 2 : le véhicule est sorti de l'eau. Donner la force à produire pour soulever le véhicule.

Quelle est la phase défavorable pour le levage ?

Phase 1 : la force varie de 0 kN à 13,734 kN

Phase 2 : 13,734 kN

Scénario B : En fait le véhicule n'est pas étanche, de plus le conducteur s'extirpe de sa voiture en ouvrant une vitre. Le volume de l'habitacle ($8,5 \text{ m}^3$) se remplit d'eau.

1.5. Calculer le nouveau poids de la voiture (sans chauffeur) et la nouvelle valeur de la poussée d'Archimède. Le véhicule flotte-t'il ? Pourquoi ?

Poids voiture : $1300 \times 9.81 = 12753 \text{ N} = 12,753 \text{ kN}$

$9,5795 - 8,5 = 1,0795 \text{ m}^3$

$1,0795 \times 1000 \times 9.81 = 10590 \text{ N} = 10,590 \text{ kN}$

Non parce que $12,753 \text{ kN} > 10,590 \text{ kN}$

1.6. Pour évacuer le véhicule, le soulèvement se fait en trois phases successives.

Phase 1 : le véhicule est immergé. Calculer la force à produire pour soulever le véhicule.

Phase 2 : le véhicule vient juste de sortir de l'eau, il reste 1 m^3 d'eau dans l'habitacle. Calculer la force à produire pour soulever le véhicule.

Phase 3 : le véhicule est sorti de l'eau et s'est totalement vidé. Donner la force à produire pour soulever le véhicule.

Quelle est la phase défavorable pour le levage ?

Phase 1 : $12,753 - 10,590 = 2,163 \text{ kN}$

Phase 2 : $12752 \text{ N} + 1 \times 1000 \times 9,81 = 22563 \text{ N} = 22,563 \text{ kN}$

Phase 3 : 12,752 kN

Phase 2

1.7. Quel scénario A ou B est le plus défavorable pour le levage ?

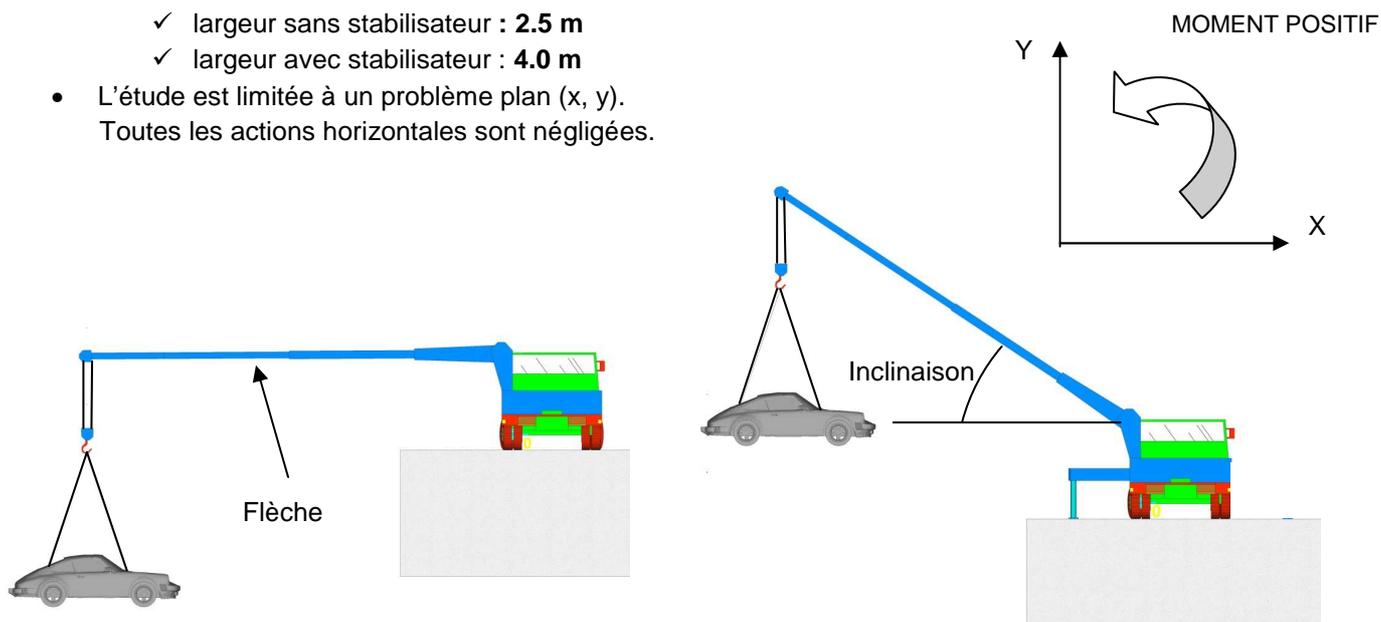
Scénario B en phase 2

2. Equilibre du camion grue – Principe Fondamental de la Statique

On peut se poser la question : pourquoi le camion tombe t-il dans l'eau ?

Données de l'étude :

- Scénario B phase 3 : masse de la voiture hors de l'eau : **1300 kg**
- Masse du camion : **4.2 Tonnes**
- Le grutier décide d'effectuer l'évacuation de la voiture avec un angle d'inclinaison **34°** et une longueur de flèche de la grue de **10 m** (longueur du bras pendant le levage), afin de pouvoir la faire pivoter sur le quai.
- Accélération due à la pesanteur : **$g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$**
- Dimensions du camion :
 - ✓ largeur sans stabilisateur : **2.5 m**
 - ✓ largeur avec stabilisateur : **4.0 m**
- L'étude est limitée à un problème plan (x, y).
Toutes les actions horizontales sont négligées.



Travail demandé :

Les schémas mécaniques 1 et 2 suivants, présentent les actions juste à l'instant où se produit le basculement (rotation autour du point A ou B).

A l'instant où se produit le basculement, deux moments de forces sont en jeu :

Le moment de renversement par rapport au centre de rotation. Il est dû au poids de la voiture.

Le moment résistant au renversement par rapport au centre de rotation. Il est dû au poids du camion grue.

2.1. Cas N°1 : le grutier n'utilise pas le stabilisateur . Schéma mécanique N°1 .

Calculer le moment de renversement par rapport au centre de rotation A.

Calculer le moment résistant au renversement par rapport au centre de rotation A.

Le basculement se produit-il, pourquoi ?

Poids voiture : 12,783 kN

Moment de renversement $12,783 \times 10 \cos(34) = 105,727 \text{ kN.m}$

Poids camion: $4,2 \times 9.81 = 41,202 \text{ kN}$

Moment résistant au renversement $-41,202 \times 2,5/2 = -51,3 \text{ kN.m}$

Oui car $105,727 \text{ kN.m} > 51.3 \text{ kN.m}$

2.2. Cas N°2 : le grutier utilise le stabilisateur. Schéma mécanique N°2 .

Calculer le moment de renversement par rapport au centre de rotation B.

Calculer le moment résistant au renversement par rapport au centre de rotation B.

Le basculement se produit-il, pourquoi ?

Moment de renversement $12,783 \times (10 \cos(34) - 1,5) = 86,598 \text{ kN.m}$

Moment résistant au renversement $-41,202 \times (4,0 - 2,5/2) = -113.306 \text{ kN.m}$

Non car $86,598 \text{ kN.m} < 113.306 \text{ kN.m}$

L'équilibre existe

On peut donc dans ce cas étudier l'équilibre de cet ensemble.

Considérer le **schéma mécanique N°3** . On a fait l'hypothèse que les deux actions aux roues du camion sont égales.

Ecrire les équations qui découlent du principe fondamental de la statique.

En déduire les intensités F_B et R des différentes forces aux appuis.

Poids voiture : $12,783 \text{ kN}$

Poids camion : $41,202 \text{ kN}$

Force résultante nulle / composante sur y: $F_B + 2 \times R - 12,783 - 41,202 = 0$ (1)

Moment résultant en B nul / composante sur z: $86,598 - 113.306 + 2 \times R \times (3.75 - 2/2) = 0$ (2)

(2) $R = 4,856 \text{ kN}$

(1) $F_B = 44,273 \text{ kN}$

2.3. Cas N°3 : le grutier utilise le stabilisateur. Schéma mécanique N°2 .

Mais considérons la **phase 2 du scénario B**. La masse de la voiture soulevée est de **2300 kg**.

Calculer le moment de renversement par rapport au centre de rotation B.

Calculer le moment résistant au renversement par rapport au centre de rotation B.

Le basculement se produit-il, pourquoi ?

Donner quelques solutions qui permettent d'éviter ce basculement.

Poids voiture : $2,3 \times 9,81 = 22,563 \text{ kN}$

Moment de renversement $22,563 \times (10 \cos(34) - 1,5) = 153,211 \text{ kN.m}$

Moment résistant au renversement -113.306 kN.m

Oui car $153,211 \text{ kN.m} > 113.306 \text{ kN.m}$

Augmenter la largeur du stabilisateur

Augmenter le poids du camion

Diminuer la distance horizontale de la voiture au point B

Schéma mécanique N°1

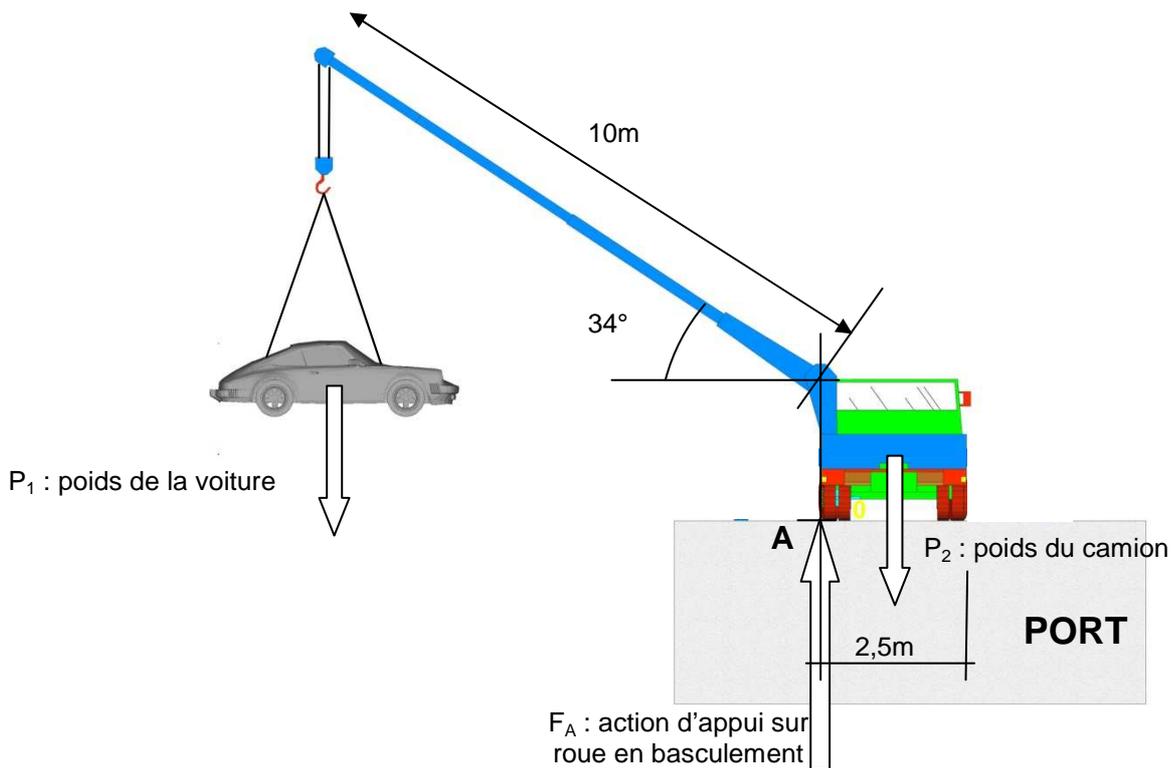


Schéma mécanique N°2

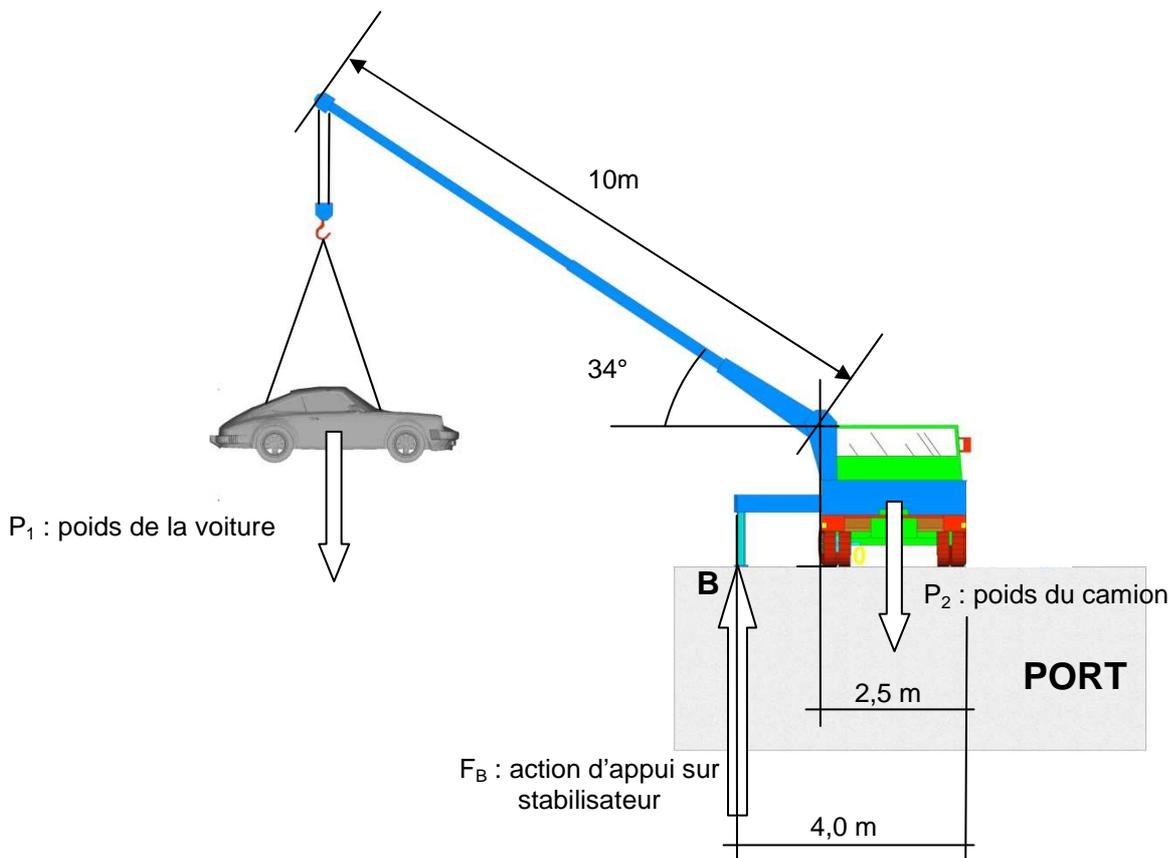
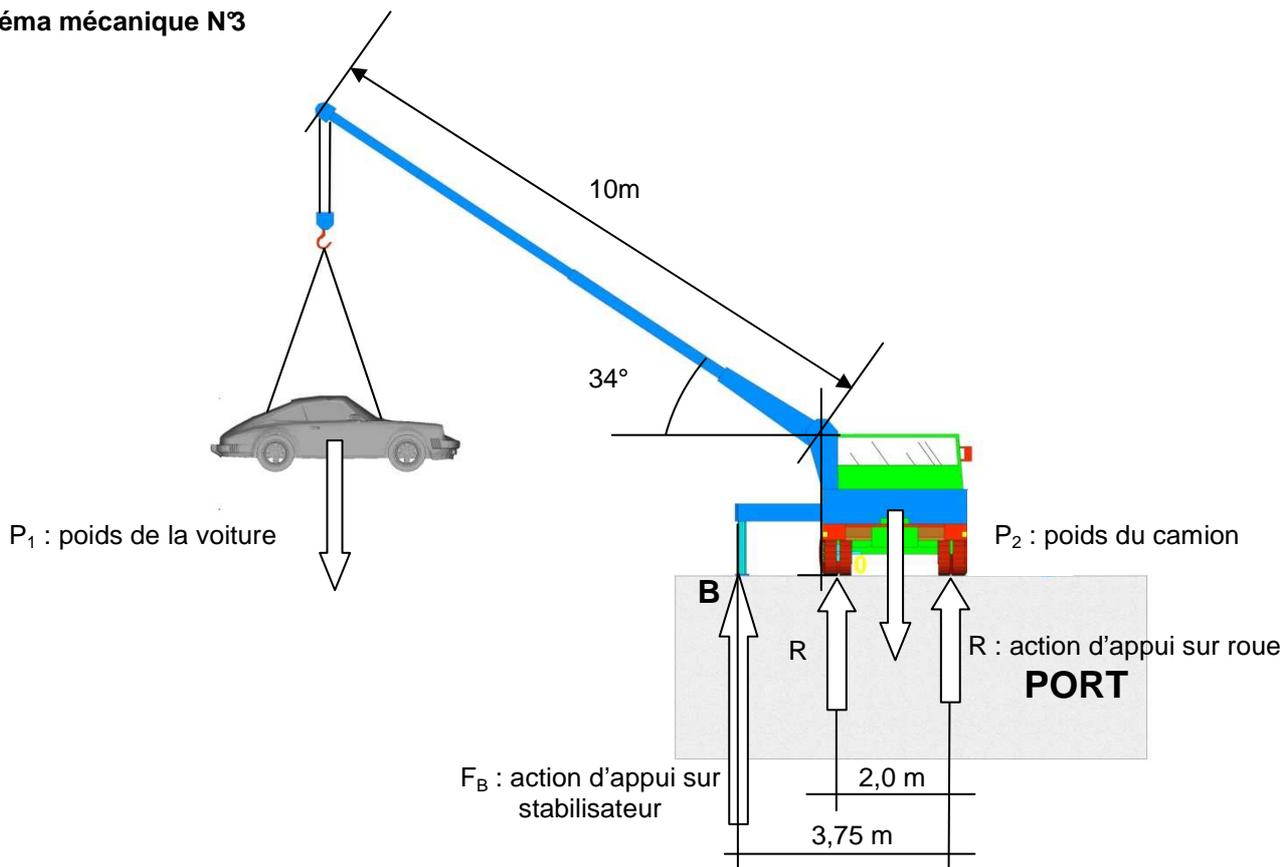


Schéma mécanique N°3



3. Etude de résistance des matériaux

Le treuil permettant de soulever la voiture utilise un mouflage à 6 brins. Le crochet est donc doté de 3 poulies. Masse de la voiture en **phase 2 du scénario B** : **2300 kg**
 Diamètre de l'axe de crochet : **14 mm**

Travail demandé :

Le schéma mécanique ci-contre représente l'équilibre du crochet de grue. L'ensemble est symétrique par rapport à l'axe de P_1 .

- 3.1. Etudier l'équilibre du système présenté en appliquant le principe fondamental de la statique, afin de déterminer l'action reprise par le câble (un brin).
 En déduire le rapport de démultiplication du mouflage.

Poids voiture : $2,3 \times 9,81 = 22,563 \text{ kN}$

Force résultante nulle / composante sur y: $6 \times F - 22,563 = 0$
 soit $F = 3,7605 \text{ kN}$

Rapport de démultiplication de 6



3.2. Quelle est la sollicitation à laquelle est soumis le câble ?

Le câble utilisé est un AIE180.

Calculer le coefficient de sécurité vis-à-vis de la rupture lors du levage de la voiture.

Traction simple de 3,7605 kN

Effort de rupture : $6,150 \times 9,81 = 60,331$ kN

Coef de sécurité : $60,331 / 3,7605 = 16,04$

CABLE INOX 6 TORONS DE 36 FILS WS
 Réf 1281

CARACTERISTIQUES ET USAGES : câble inox extra-souple résistant aux atmosphères industrielles et marines, pour le levage, la traction, les élingues etc...

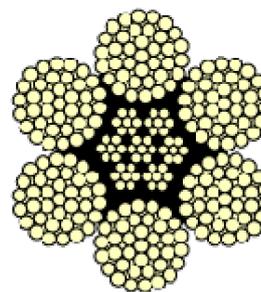
Sont définis dans le tableau ci-dessous les câbles les plus courants.

Nuance de l'acier : INOX AISI 316

Ame centrale : MÉTALLIQUE

Résistance de l'acier : 1600 N/mm²

Tolérance sur le diamètre : -1% +4%



CODE	AIE180	BIE180	CIE180	DIE180	EIE180	FIE180	GIE180	HIE180
diam câble mm	10	12	14	16	18	20	22	24
poids/mètre en kg	0,410	0,590	0,780	1,070	1,350	1,670	2,020	2,340
rupture effective kg	6150	8800	11200	14600	18500	22530	29800	32800

3.3. L'axe de crochet est sollicité en double cisaillement. Expliquer à l'aide d'un schéma (par exemple une coupe qui montre l'axe) la signification de cette expression.

Calculer l'effort de cisaillement dans une section cisailée. Calculer la contrainte de cisaillement.

Comparer à la contrainte limite de rupture au cisaillement de cet acier et conclure.

Contrainte limite de rupture au cisaillement = 340 MPa

L'effort appliqué au crochet est repris par 2 sections cisailées de l'axe.

Effort de cisaillement : $22,563 / 2 = 11,281$ kN

Section cisailée: $\pi \times 7^2 = 153,938$ mm²

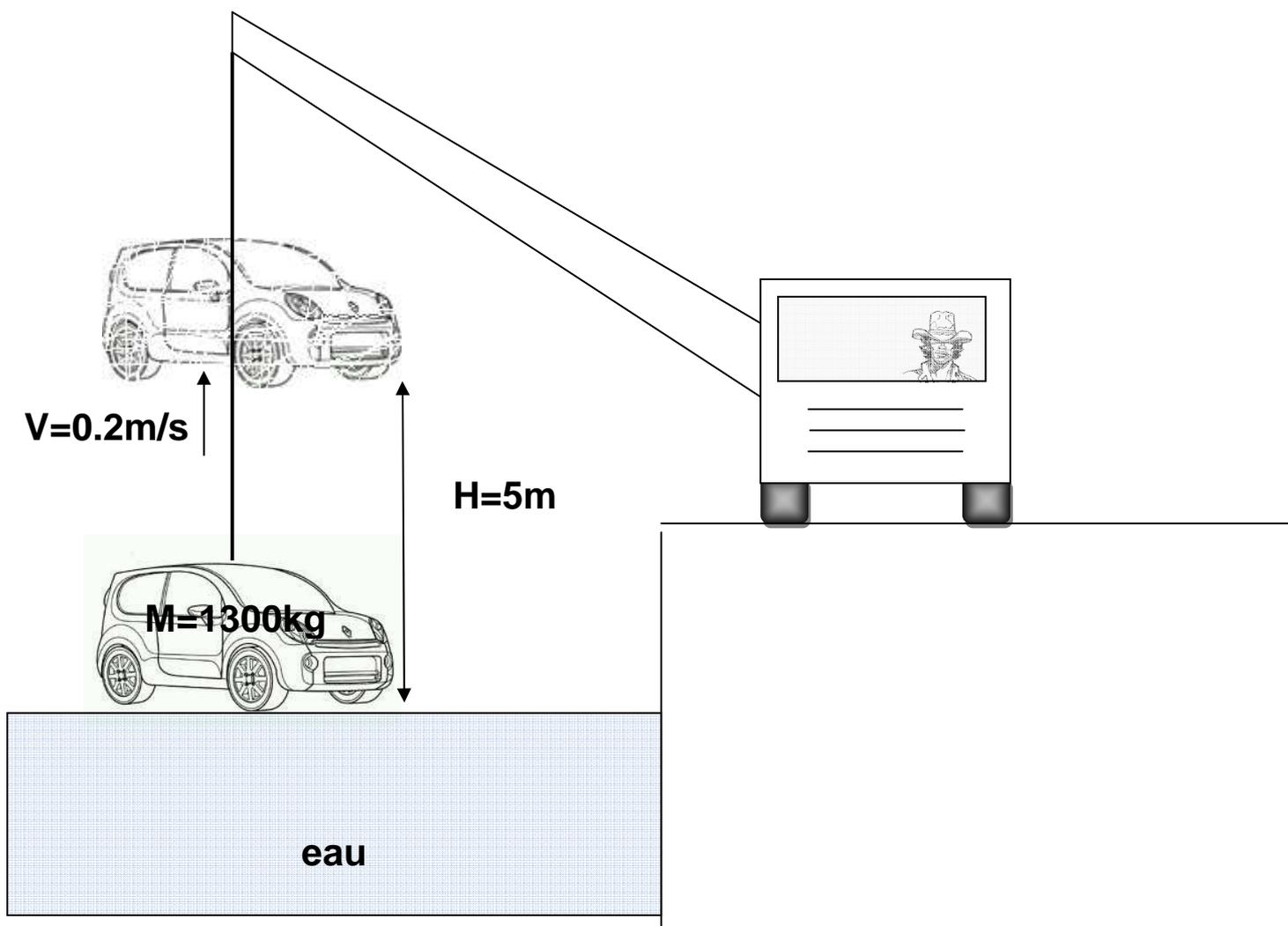
Contrainte de cisaillement : $11,281 \cdot 10^{-3} / 153,938 \cdot 10^{-6} = 73,283$ MPa

C'est bon : $73,283$ MPa < 340 MPa

4. Conservation de l'énergie

Cette partie porte sur l'étude du transfert, de la conversion et de la conservation d'énergie.

L'étude se fait pour la voiture vide d'eau et de passagers et hors de l'eau ! On considère que la grue doit élever la voiture de 5m afin de pouvoir la faire pivoter sur le quai.



On vous donne les relations suivantes :

G : gravité terrestre 9.81m/s^2

$$E = P \times t$$

J
W
s

$$E = M \cdot g \cdot h$$

J
kg
 m/s^2
m

$$P = F \cdot v$$

W
N
 m/s

$$F = M \cdot g$$

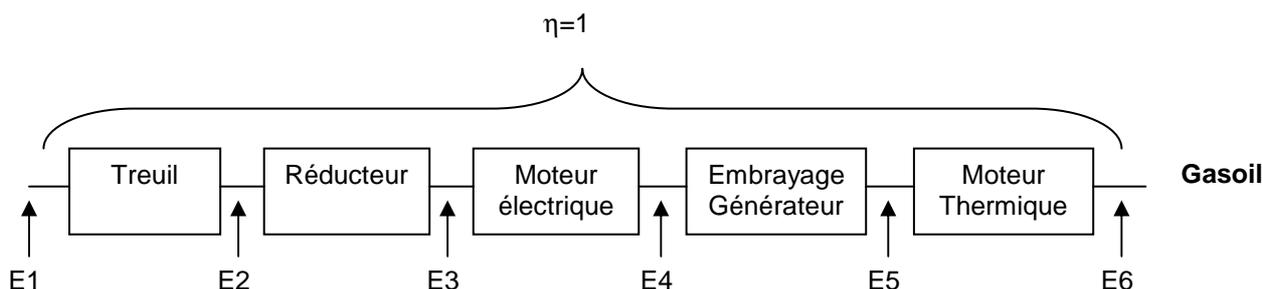
N
kg
 m/s^2

4.1. Déterminer l'énergie E1 nécessaire pour élever la voiture de 5m par rapport à la surface de l'eau :

R.L puis A .N puis R

$$E = 1300 \times 9,81 \times 5 = 63765 \text{ J}$$

4.2. Déterminer l'énergie absorbée nécessaire en gasoil si le rendement (η) global de la chaîne d'énergie est de 1 ($\eta=1$) et que l'énergie nécessaire précédemment calculée est de l'ordre 60000J



Rappel :

$$\eta = \frac{Eu}{Ea} = \frac{Pu}{Pa}$$

Avec

Eu : Energie utile / Ea : Energie absorbée
Pu : Puissance utile / Pa : Puissance absorbée

R.L puis A .N puis R

$$E6 = E1 = 63765 \text{ J}$$

4.3. Déterminer la consommation en gasoil pour la phase de montée :

4.3.1. Déterminer la formule liant la consommation en litre au PCI d'un carburant soit $V=f(\text{PCI})$ avec V pour le volume en litre.

Complément d'information : le PCI s'exprime en kJ/l (kiloJoules / litre) et correspond à la quantité d'énergie libérée par la combustion d'un litre de ce carburant.

$$V = 63,765 / \text{PCI}$$

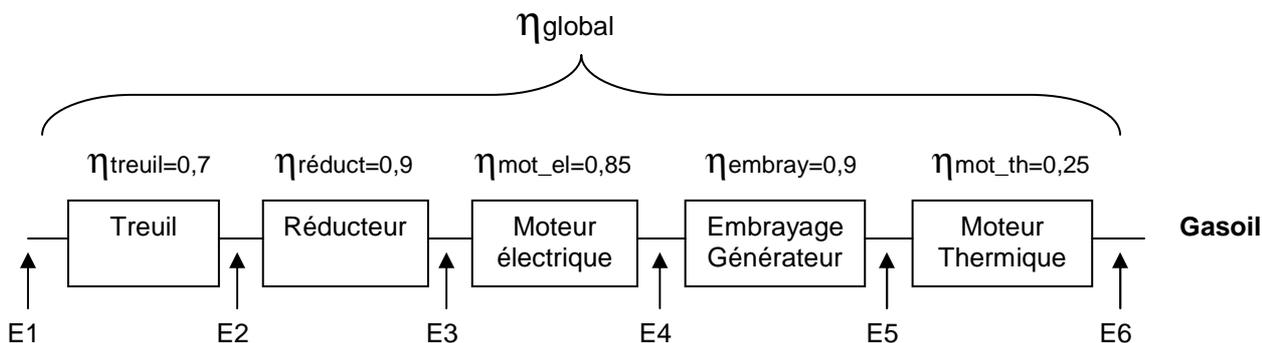
4.3.2. Calculer la consommation en litre sachant que le PCI du gasoil est de 38080kJ/l (à exprimer en puissance de 10)

R.L puis A .N puis R

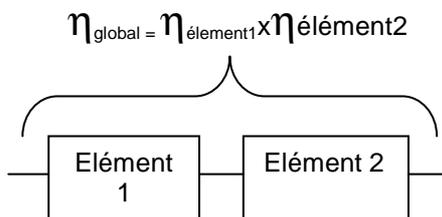
$$V = 63,765 / 38080 = 1,6745 \cdot 10^{-3} \text{ l}$$

4.4. On désire tenir compte du rendement réel (η) de chacun des éléments de la chaîne d'énergie.

4.4.1. Déterminer l'énergie absorbée nécessaire en gasoil en tenant compte du rendement (η) de chacun des éléments de la chaîne d'énergie. On conserva $E1 = 60000\text{J}$.



Complément d'information :



R.L puis A .N puis R

$$\eta = 0,7 \times 0,9 \times 0,85 \times 0,9 \times 0,25 = 0.1205$$

$$E6 = 63,765 / 0,1205 = 529,225 \text{ kJ}$$

4.4.2. Déterminer la consommation en gasoil pour la phase de montée en tenant compte du rendement réel de chacun des éléments. (à exprimer en puissance de 10)

R.L puis A .N puis R

$$V = 529,225 / 38080 = 13,898 \cdot 10^{-3} \text{ l}$$

4.5. Protocole complet de mesure de la consommation d'énergie E6.

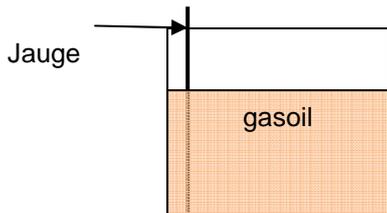
Complément d'information :

On vous donne la formule suivante :

$$E_6 = V \times PCI$$

J
ℓ
kJ/ℓ

Vous disposez d'une jauge de mesure permettant de connaître le niveau de carburant dans le réservoir du camion.



on note :

- hi le niveau initial
- hf le niveau final
- Δh la différence de niveau

Ce réservoir est de la forme suivante :

Vue de côté :	Vue de Dessus :	Vue en perspective

4.5.1. Citer l'ensemble des formules nécessaires à la détermination de E6 :

$$V = (h_i - h_f) \times \pi \times D^2 / 4$$

$$E_6 = V \times PCI$$

4.5.2. Définir le protocole complet de mesure de la consommation d'énergie:

- Relever hi
- Elever la voiture de 5m
- Relever hf
- Calculer V et E6