

Transmetteurs de puissance

Table des matières

1	Introduction	2
2	Grandeurs d'entrée sortie - loi entrée sortie cinématique	2
3	Transmetteurs linéaires SANS transformation de mouvement	3
3.1	Loi entrée-sortie cinématique	3
3.2	Transmetteur à roues de friction	3
3.3	Transmetteur à engrenage à axes fixes	4
3.3.1	Cas usuels rencontrés	6
3.3.2	Cas particulier du transmetteur roue et vis-sans-fin	6
3.4	Transmetteur à train d'engrenages simple	7
3.5	Transmetteurs pignons-chaîne et poulies-courroie	9
3.6	Transmetteur à train d'engrenages épicycloïdal	10
3.6.1	Structure et vocabulaire	10
3.6.2	Schéma cinématique	11
3.6.3	Entrée - sortie du mécanisme : 3 modes de fonctionnement	11
3.6.4	Détermination du rapport de transformation / Formule de Willis	12
3.6.5	Illustration sur un exemple	13
3.6.6	4 types de trains épicycloïdaux	14
3.6.7	Conditions géométriques de fonctionnement	14
4	Transmetteurs linéaires AVEC transformation de mouvement	15
4.1	Transmetteur pignon-crémaillère	15
4.2	Transmetteur cylindre roulant sans glisser sur un plan	16
4.3	Transmetteur pignons-chaîne ou poulies-courroie	16
4.4	Transmetteur vis-écrou	17
5	Grandeurs d'entrée sortie - loi entrée sortie en effort	18

1 Introduction

Pour pouvoir remonter jusqu'aux lois de commande des préactionneurs délivrant la puissance aux actionneurs à l'origine de ces mouvements imposés, il faut très souvent tenir compte de la loi entrée-sortie cinématique des transmetteurs présents dans la chaîne de puissance.

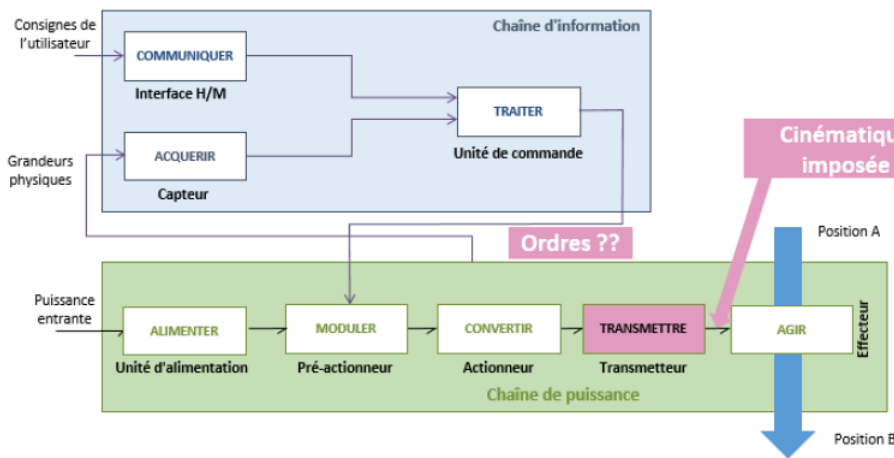


FIGURE 1 – Situation de la fonction transmettre dans une chaîne d'info - puissance

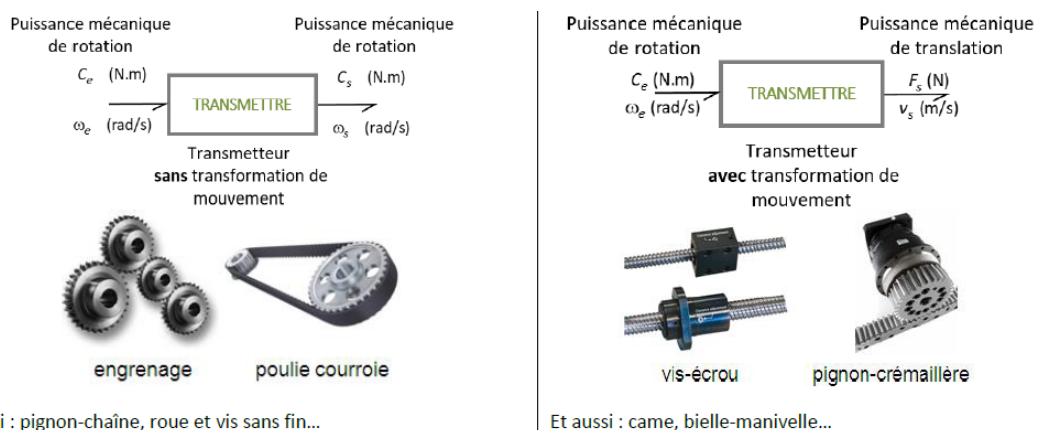
L'objectif de ce cours de modéliser le comportement cinématique des transmetteurs usuels.

Notons cependant que dès lors que :

- le mouvement est **RÉVERSIBLE**, la puissance l'est aussi ;
- le mouvement est **IRRÉVERSIBLE**, la puissance l'est aussi.

2 Grandeurs d'entrée sortie - loi entrée sortie cinématique

La description de la chaîne de puissance permet, pour chaque transmetteur, de définir des grandeurs d'entrée et des grandeurs de sortie.



Une loi entrée-sortie cinématique caractérise le comportement cinématique du composant de la chaîne de puissance, elle en est le modèle cinématique.

Exemples : $\omega_s = f(\omega_e)$ ou $v_s = f(\omega_e)$

3 Transmetteurs linéaires SANS transformation de mouvement



On retiendra qu'un :

- réducteur de vitesse est un multiplicateur de couple
- multiplicateur de vitesse est un réducteur de couple.

3.1 Loi entrée-sortie cinématique

Rapport de transformation

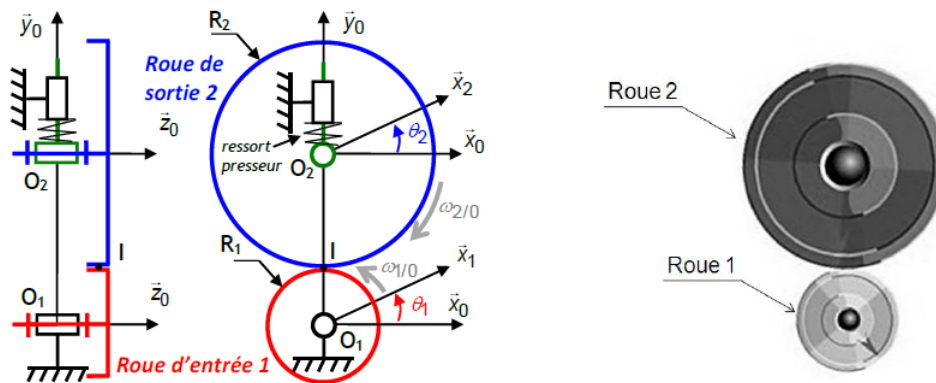
La loi entrée sortie cinématique est donnée par le rapport de transmission r qui est le rapport entre la vitesse angulaire de sortie ω_s et la vitesse angulaire d'entrée ω_e :

$$r = \frac{\dot{\theta}_s}{\dot{\theta}_e} = \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{n_s}{n_e} = \frac{N_s}{N_e}$$

avec $\dot{\theta} = \omega$ en $rad \cdot s^{-1}$, n en $tr \cdot s^{-1}$ et N en $tr \cdot min^{-1}$

Selon la valeur de ce rapport (<1 ou >1), on parle de **multiplicateur** ou de **réducteur de vitesse**.

3.2 Transmetteur à roues de friction



Principe

Deux roues cylindriques sont en contact. L'adhérence permet d'assurer le roulement sans glissement au point I de contact des roues, et donc de transmettre le mouvement de la roue 1 dite « menante » à la roue 2 dite « menée ».

Utilisation

Transmissions de faible puissance. Application : dynamo de vélo, home-trainer...

Rapport de transmission

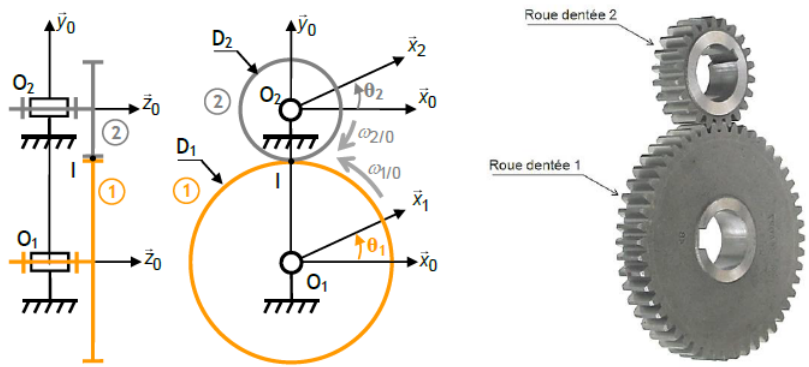
Rappel :

Rapport de transmission de roues de friction dans le cas de **non glissement**

$$\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{-R_1}{R_2} = \frac{-D_1}{D_2}$$

(sens de rotation inversé d'où le signe "-")

3.3 Transmetteur à engrenage à axes fixes



Remarque

Axes fixes signifie que les axes sont immobiles par rapport au bâti.

Principe

Un engrenage est constitué de deux roues dentées qui engrènent l'une avec l'autre. La géométrie de la denture permet d'obtenir la même cinématique que celle imposée par deux roues de friction.

Utilisation

Transmission de faible et forte puissances.

Applications : de la montre à la boîte de vitesse automobile en passant par les éoliennes.



Technologie des roues dentées

Les roues dentées sont caractérisées par leur nombre de dents Z , leur diamètre primitif D_p , le module des dents m et leur profil.

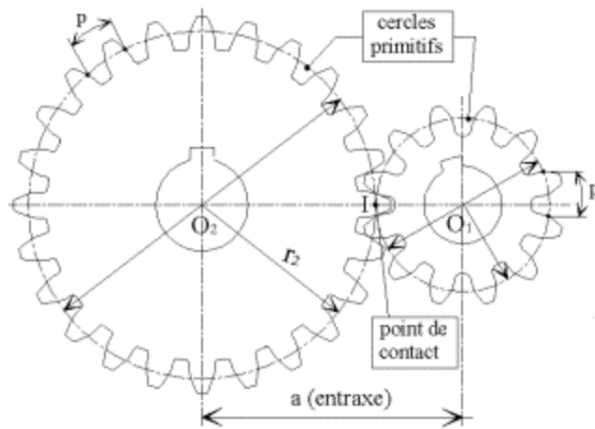
Pour engrener les roues dentées doivent **absolument** avoir le **même module m** (ce qui revient à avoir le même *pas*).

Les deux cercles primitifs (caractérisés par leur diamètres primitifs D_p) roule sans glisser l'un sur l'autre.

Afin de connaître l'entraxe entre roues dentées (pour la conception) il est nécessaire de connaître les diamètres primitifs D_p

$$D_p = m \cdot Z$$

avec : D_p en mm et m en mm



Module m :

Le module caractérise la "grosueur" des dents (plus il y a d'effort à transmettre et plus le module est important)

Module 0.35



Module 0.6



Module 0.8



Module 1.25



Profil :



à denture droite



à denture hélicoïdale

Plus silencieux, transmet des puissances plus importantes, mais plus cher à réaliser.

Remarque

Ce sont les diamètres primitifs qui sont représentés sur les schémas cinématiques.

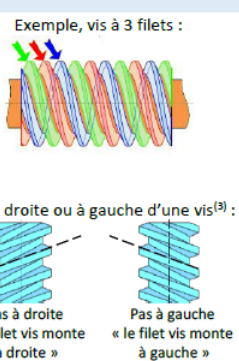
3.3.1 Cas usuels rencontrés

	Engrenage cylindrique extérieur	Engrenage cylindrique intérieur	Engrenage conique
Forme			
Axes de rotation	Parallèles	Parallèles	Orthogonaux concourants
Rapport de transmission	$\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = -\frac{D_1}{D_2} = -\frac{Z_1}{Z_2}$	$\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = +\frac{D_1}{D_2} = +\frac{Z_1}{Z_2}$	$\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$

3.3.2 Cas particulier du transmetteur roue et vis-sans-fin

Bien qu'ils n'utilisent pas deux roues dentées pour transmettre la puissance, les transmetteurs roue et vis sans fin peuvent être rangés dans la famille des transmetteurs à engrenages.

	Engrenage roue vis sans fin
Forme	
Axes de rotation	Orthogonaux non concourants
Rapport de transmission	$\frac{\omega_{roue/0}}{\omega_{vis/0}} = \frac{Z_{vis}}{Z_{roue}}$ ⁽³⁾ Z_{vis} : nombre de filets de la vis
Intérêts	Rapport de réduction important pour un encombrement réduit et irréversibilité si nécessaire (la vis entraîne la roue mais la roue ne peut pas entraîner la vis)



Utilisation de irréversibilité

L'irréversibilité peut être utile pour des raisons de sécurité. Sur un treuil de levage par exemple, pour éviter que la charge ne devienne entraînant en cas de coupure d'énergie.

3.4 Transmetteur à train d'engrenages simple

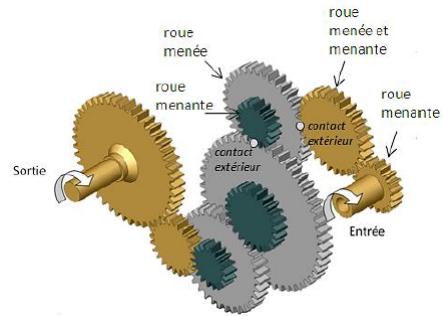
Dans un transmetteur, on peut associer plusieurs engrenages à la suite pour augmenter le rapport de réduction ou de multiplication. On parle alors de train d'engrenages.

Remarque : Quand tous les axes de rotation des roues dentées sont fixes par rapport au bâti 0, on parle de **train d'engrenages simple**

Roues menantes et menées

Dans un train d'engrenages, on qualifie de roue menante toute roue motrice, et de roue menée toute roue réceptrice.

Si une roue est à la fois menante et menée, son nombre de dents n'intervient pas dans le rapport de transmission mais il a une incidence sur son signe.



Rapport de transmission d'un train d'engrenages simple

$$r = \frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} = (-1)^n \cdot \frac{\prod Z_{menantes}}{\prod Z_{menes}} = (-1)^n \cdot \frac{\prod Dp_{menantes}}{\prod Dp_{menes}}$$

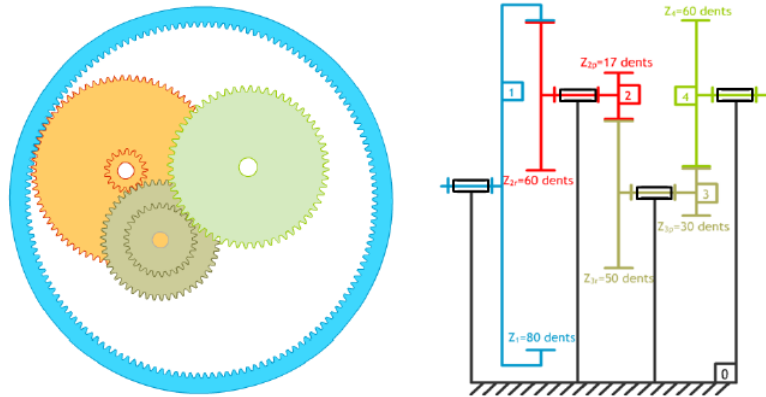
Moyen mnémotechnique : les "menants" sont toujours au dessus des "menés"

Rapport de transmission d'un train simple d'engrenages à roues coniques

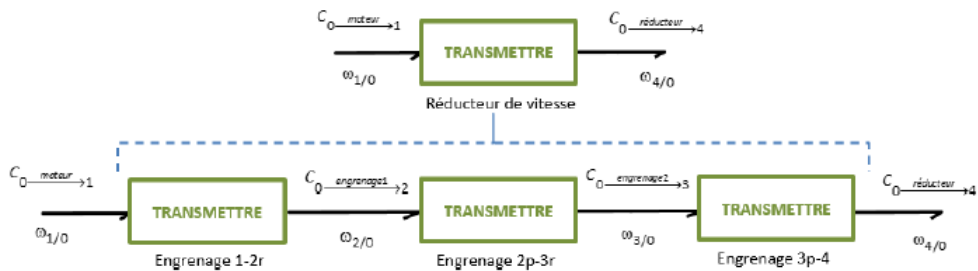
$$r = \left| \frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} \right| = \frac{\prod Z_{menantes}}{\prod Z_{menes}} = \frac{\prod Dp_{menantes}}{\prod Dp_{menes}}$$

Moyen mnémotechnique : les "menants" sont toujours au dessus des "menés"

Exemple : Rapport de transmission d'un train d'engrenages simple



Soit 1 la roue d'entrée et 4 la roue de sortie.



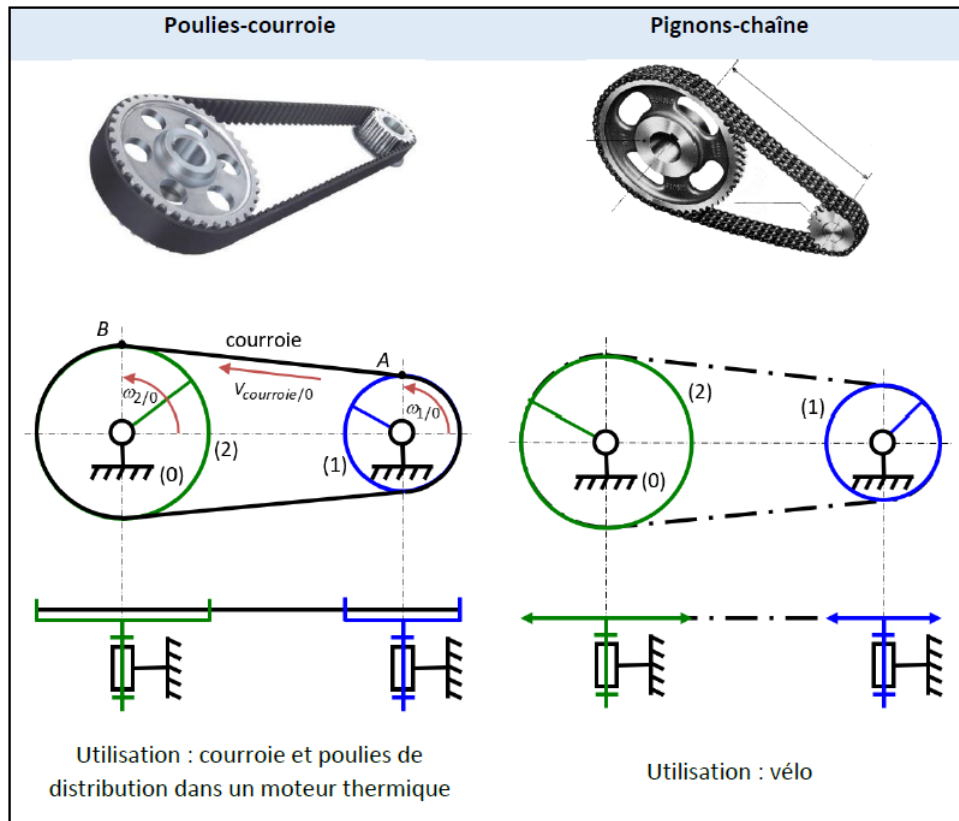
Le rapport de transmission est tel que :

$$\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{Z_1}{Z_{2r}} \times \frac{-Z_{2p}}{Z_{3r}} \times \frac{-Z_{3p}}{Z_4} = \frac{30}{60} \times \frac{17}{50} \times \frac{80}{60} \quad \text{soit} \quad \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = 0,23 \approx \frac{1}{4}$$

Cela signifie que ce réducteur divise la vitesse angulaire quasiment par quatre (et augmente si on considère la transmission sans perte de puissance, à une augmentation du couple en sortie par 4).

3.5 Transmetteurs pignons-chaîne et poulies-courroie

Ces transmetteurs sont particulièrement avantageux quand il s'agit de transmettre un mouvement de rotation entre deux axes parallèles très distants.



Rapport de transmission pignons-chaîne ou poulie-courroie

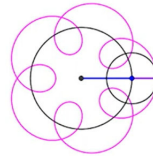
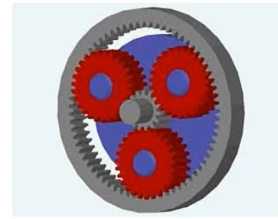
$$r = \frac{\omega_s/0}{\omega_e/0} = \frac{\omega_2/0}{\omega_1/0} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{D_1}{D_2}$$

si on considère l'entrée du mécanisme sur la pièce 1 et la sortie sur la pièce 2.

3.6 Transmetteur à train d'engrenages épicycloïdal

Pour obtenir un très grand rapport de transmission avec un train d'engrenages simple, il faut utiliser plusieurs étages, ce qui est lourd et encombrant. Les trains d'engrenages épicycloïdaux permettent d'obtenir de grand rapport de réduction dans un encombrement faible.

Un simple train épicycloïdal permet également de modifier simplement le rapport de transmission (3 possibilités) avec le même train épicycloïdal.

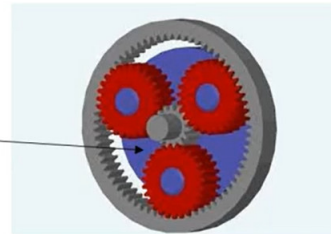
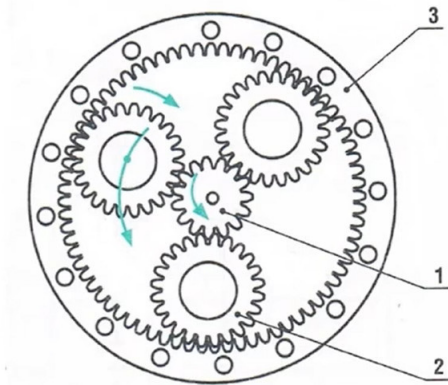


Épicycloïde

Rapport de réduction important
-
Compacité élevée

3 modes de fonctionnement
-
Complexité plus grande

3.6.1 Structure et vocabulaire



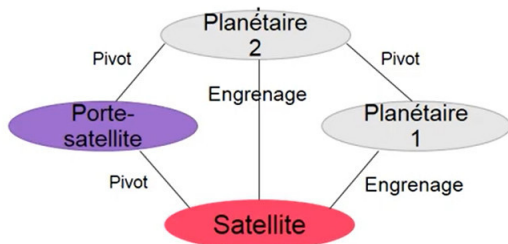
Satellite : Repère 2 (en rouge)

Porte-satellite : Repère 4 (en indigo)

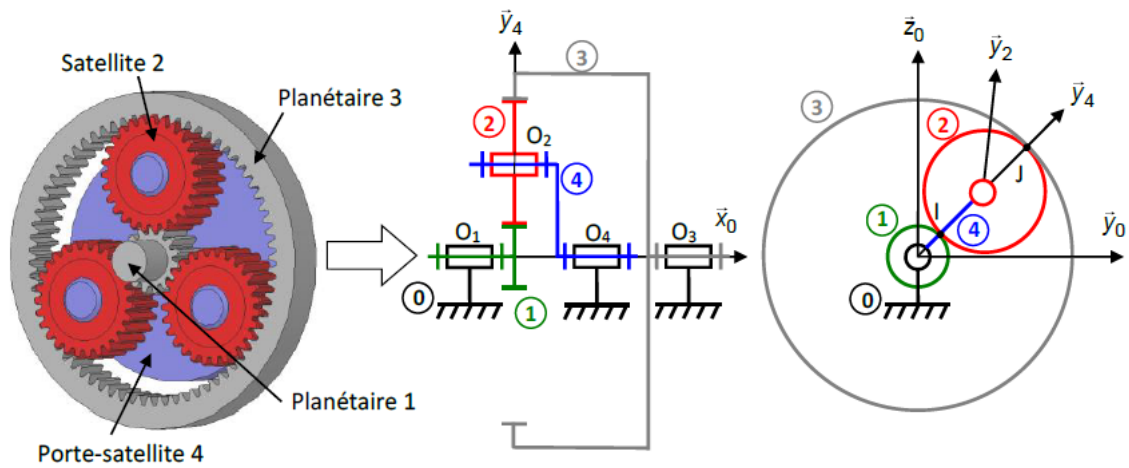
2 planétaires :

- *Planétaire 1* : Pignon central - Repère 1 (en gris)

- *Planétaire 2* : Couronne ext. - Repère 3 (en gris)



3.6.2 Schéma cinématique



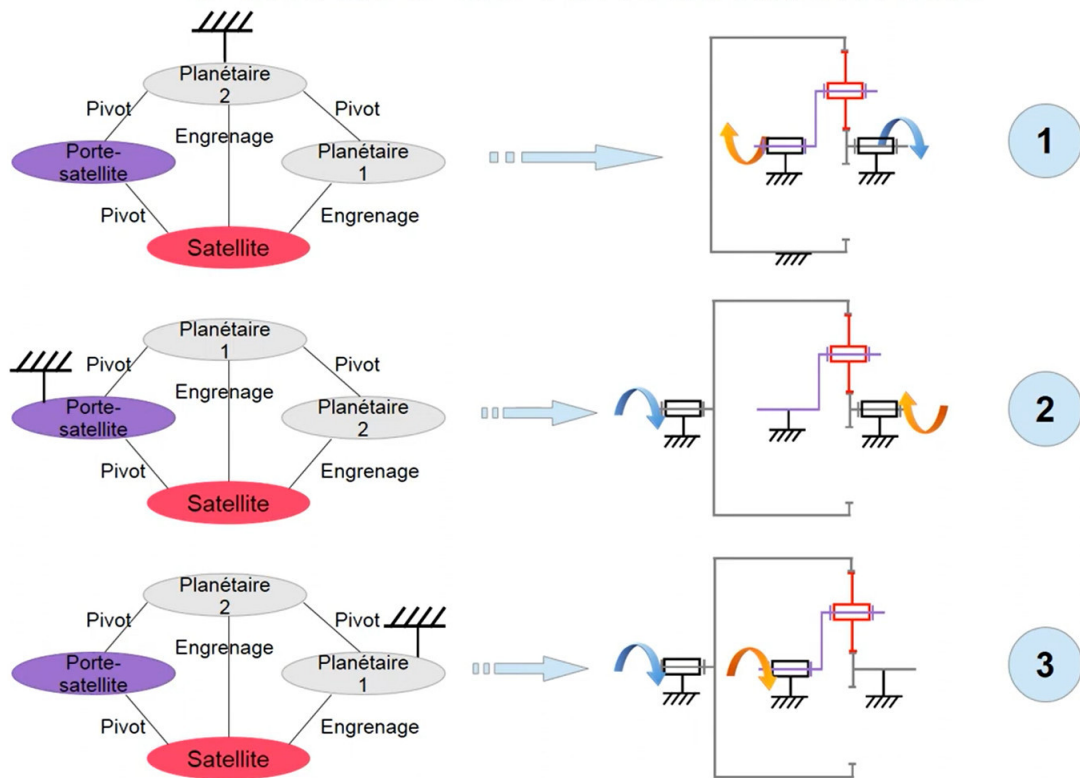
3.6.3 Entrée - sortie du mécanisme : 3 modes de fonctionnement

Entrée - sortie du mécanismes

L'un des deux planétaires ou le porte-satellite peuvent être les pièces d'entrée ou de sortie du transmetteur.

Pour cela il faut soit :

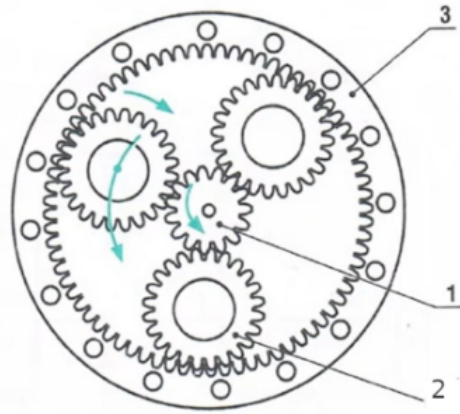
- Bloquer un des planétaires
- Bloquer le porte-satellite



3.6.4 Détermination du rapport de transformation / Formule de Willis

Pour calculer le rapport de transmission r d'un train épicycloïdal, il faut dans un premier temps calculer la raison λ de ce train.

Pour calculer la raison λ , on observe le mouvement depuis le porte-satellite, on retrouve une situation où tous les axes sont fixes (par rapport au porte-satellite), comme dans le cas des trains d'engrenages simples vus plus tôt.



Étape 1 : Détermination de la raison λ (à connaître par cœur)

Pour calculer la raison λ du train épicycloïdal, il suffit d'imaginer que le porte-satellite est bloqué par rapport au bâti. **Cela transforme le train épicycloïdal en train simple** (donc à axes fixes).

$$\lambda = \frac{\omega_{pA/ps}}{\omega_{pB/ps}} = (-1)^n \cdot \frac{\prod Z_{menantes}}{\prod Z_{menes}}$$

pA : planétaire A pB : planétaire B ps : porte-satellite
avec par exemple, le planétaire A la roue dentée (1) et le planétaire B la couronne (3)

Étape 2 : Énonciation de la formule de Willis (à connaître par cœur ou à retrouver)

Par composition des vitesses angulaires on obtient la **Formule de Willis** :

$$\lambda = \frac{\omega_{pA/ps}}{\omega_{pB/ps}} = \frac{\omega_{pA/0} - \omega_{ps/0}}{\omega_{pB/0} - \omega_{ps/0}}$$

Étape 3 : Détermination du rapport de transmission r d'un train épicycloïdal (Exemple)

Le rapport de transmission est obtenu à partir de la formule de Willis et en annulant la vitesse de rotation de la pièce bloquée (Planétaire A ou Planétaire B ou porte-satellite).

Exemple : Si le rapport de transmission à calculer est $r = \frac{\omega_{ps/0}}{\omega_{pB/0}}$ (c'est par conséquent le planétaire A qui est bloqué), la formule se simplifie de la manière suivante :

$$\lambda = \frac{-\omega_{ps/0}}{\omega_{pB/0} - \omega_{ps/0}}$$

Il faut à présent "secouer" la formule pour obtenir $r = \frac{\omega_{ps/0}}{\omega_{pB/0}}$, ce qui conduit à :

$$r = \frac{\omega_{ps/0}}{\omega_{pB/0}} = \frac{\lambda}{\lambda - 1}$$

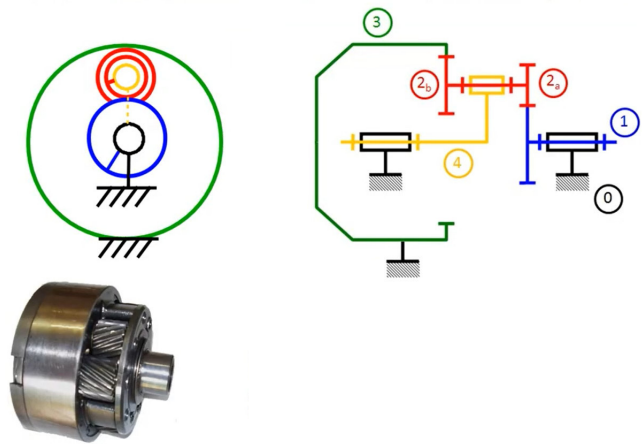
3.6.5 Illustration sur un exemple

Prenons l'exemple de ce train épicycloïdal (il existe 4 types qui seront vus dans le cadre de ce cours) où le planétaire 3 (la couronne) est bloqué.

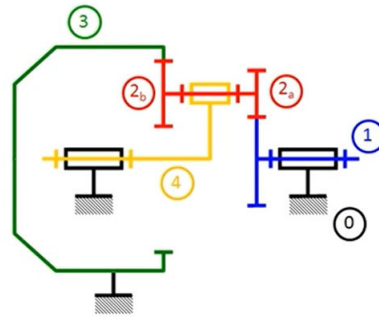
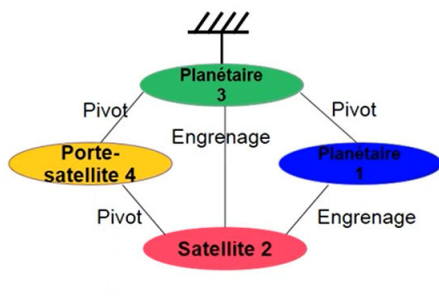
Sur ce réducteur, le mouvement d'entrée est réalisé par un moteur asynchrone qui est accouplé sur l'arbre 1.

L'arbre 4 est la sortie et la vitesse réduite est transmise aux mécanismes en aval.

On cherche donc le rapport de transmission $r = \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$



Étape préliminaire - Identification



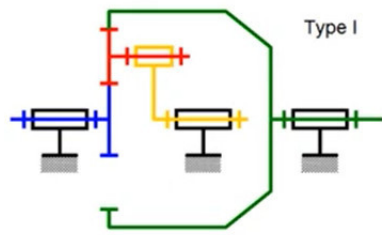
Composant	Numéro	Nb de dents	Vitesse angulaire	Particularité

Étape 1 - Détermination de la raison λ

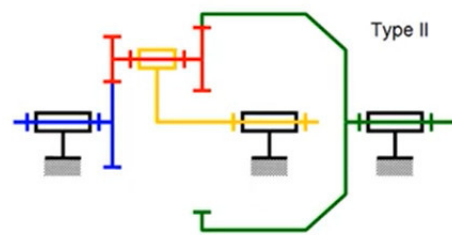
Étape 2 - Énonciation de la formule de Willis

Étape 3 - Détermination du rapport de transmission r d'un train épicycloïdal

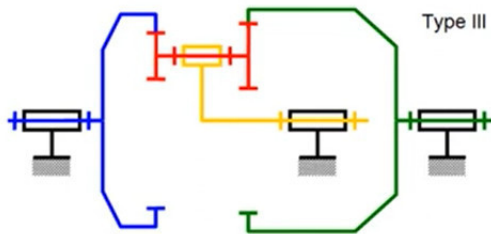
3.6.6 4 types de trains épicycloïdaux



satellite à simple denture, un planétaire intérieur et un extérieur.



satellite à double denture, un planétaire intérieur et un extérieur.



satellite à double denture et 2 planétaires extérieurs.

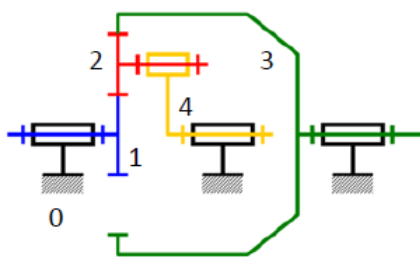


satellite à double denture et 2 planétaires intérieurs.

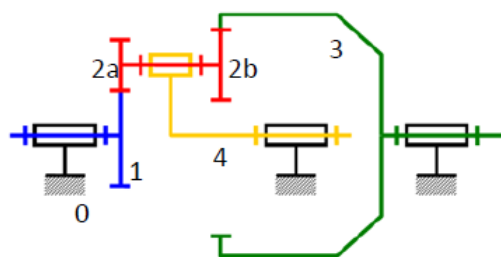
3.6.7 Conditions géométriques de fonctionnement

Les conditions géométriques indispensables au montage et au fonctionnement d'un train épicycloïdal impliquent des relations entre les diamètres (ou rayons) primitifs des différentes roues dentées.

Ces relations peuvent se traduire sous la forme de relations liant les nombres de dents de roues dentées à condition que les pas primitifs des différents engrenages soient égaux.



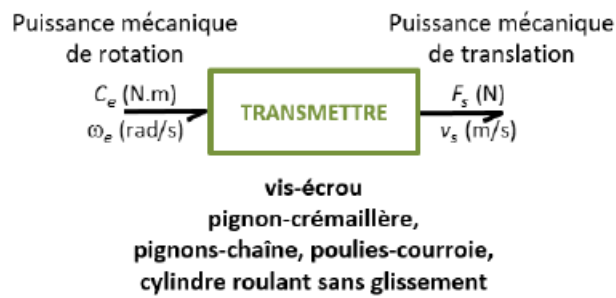
$$D_3 = D_1 + 2D_2 \Rightarrow z_3 = z_1 + 2z_2$$



$$R_1 + R_{2a} + R_{2b} = R_3 \Rightarrow z_1 + z_{2a} + z_{2b} = z_3$$

si $pa_{s_{2a}} = pa_{s_{2b}}$

4 Transmetteurs linéaires AVEC transformation de mouvement



4.1 Transmetteur pignon-crémaillère



Le pignon est guidé en rotation par rapport au bâti et la crémaillère en translation par rapport au bâti.

Ce transmetteur réalise une transformation de mouvement (rotation \longleftrightarrow translation) de façon **réversible**.

Ce transmetteur assure le **roulement sans glissement** du cercle primitif du pignon sur la ligne de référence de la crémaillère.

A chaque tour du pignon, la crémaillère se déplace par rapport au bâti d'une distance x égale au périmètre du pignon.

$$x = l_{arc}(\theta) = R \cdot \theta$$

soit pour un tour complet $l_{arc}(\pi) = R \cdot \pi = 2\pi R$

Par dérivation nous pouvons déterminer l'expression de la vitesse :

$$\frac{dx}{dt} = R \cdot \frac{d\theta}{dt} \text{ soit } V = R \cdot \dot{\theta} = R \cdot \omega$$

Loi d'entrée - sortie cinématique

$$|V_s| = |\omega_e| \cdot R$$

Avec ω_e en $rad \cdot s^{-1}$, V_s en $m \cdot s^{-1}$ et R en m

4.2 Transmetteur cylindre roulant sans glisser sur un plan

Tout cylindre roulant **sans glisser** sur un plan se comporte cinématiquement comme un transmetteur pignon-crémaillère :

$$|V_s| = |\omega_e| \cdot R$$

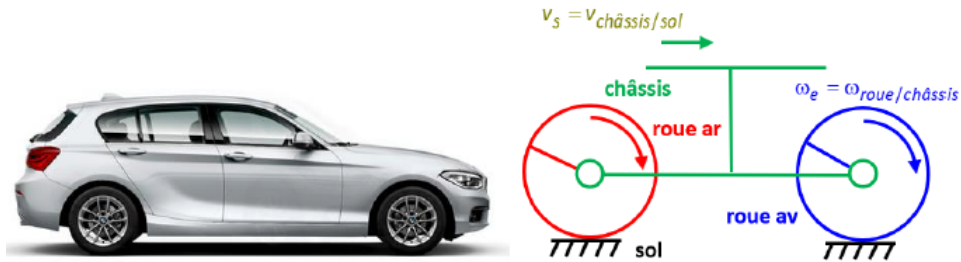


FIGURE 2 – Exemple : véhicule roulant sur le sol

4.3 Transmetteur pignons-chaîne ou poulies-courroie

Utilisé comme transformateur de mouvement, un dispositif poulies-courroie ou pignons-chaîne se comporte cinématiquement comme un transmetteur pignon-crémaillère : $|V_s| = |\omega_e| \cdot R$

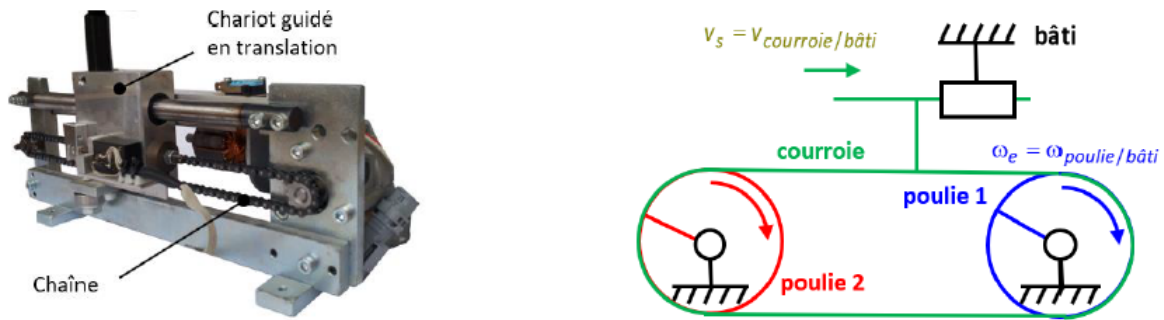


FIGURE 3 – Exemple : mécanisme d'usinage

Les deux poulies ou les deux pignons ont **même diamètre**.

Les deux poulies (ou pignons) sont guidées en rotation par rapport au bâti et un **brin** de la courroie (ou chaîne) en translation par rapport au bâti.

Ce transmetteur réalise une transformation de mouvement (rotation \longleftrightarrow translation) de façon **réversible**.

4.4 Transmetteur vis-écrou



FIGURE 4 – fig : Exemple Pilote automatique de bateau

La vis est guidée en rotation par rapport au bâti et l'écrou en translation par rapport au bâti.

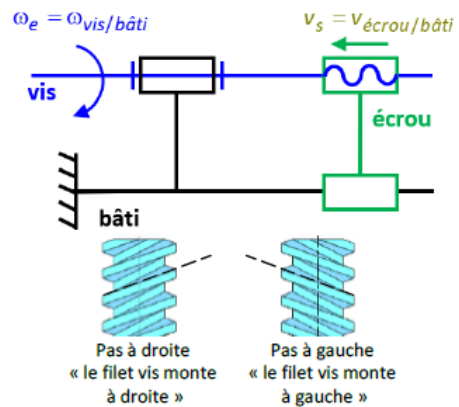
Ce transmetteur réalise une transformation de mouvement (rotation \longleftrightarrow translation) de façon **non-réversible en général**.

Le modèle cinématique d'un dispositif vis-écrou est donné ci-contre.

Sur ce schéma les sens de rotation de la vis et de translation de l'écrou correspondent au cas d'une vis avec pas à droite.

On peut remarquer le symbole d'une liaison dite hélicoïdale entre la vis et l'écrou.

Cette liaison modélise la possibilité d'un mouvement combiné de rotation et translation suivant le même axe/-direction.



Loi d'entrée - sortie cinématique

La loi d'entrée - sortie cinématique est :

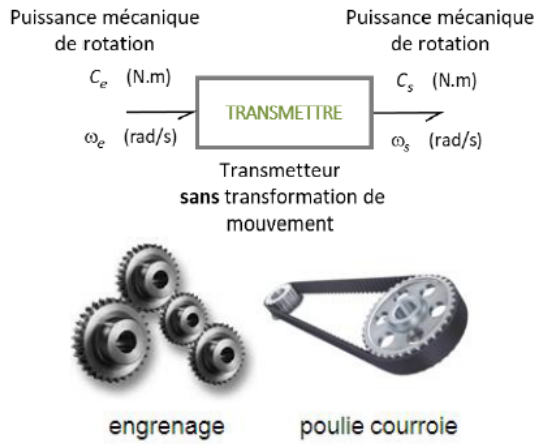
$$\left. \begin{array}{l} \overbrace{2\pi \text{ (rad)}}^{\text{1 tour}} \rightarrow \text{pas (mm)} \\ |\theta| \text{ (rad)} \rightarrow |x| \text{ (mm)} \end{array} \right\} \Rightarrow |x| = |\theta| \times \frac{\text{pas}}{2\pi} \Rightarrow \boxed{|v_s| = |\omega_e| \frac{\text{pas}}{2\pi}}$$

Le *pas* est la distance parcourue par l'écrou par rapport à la vis lorsque la vis tourne d'un tour par rapport à l'écrou.

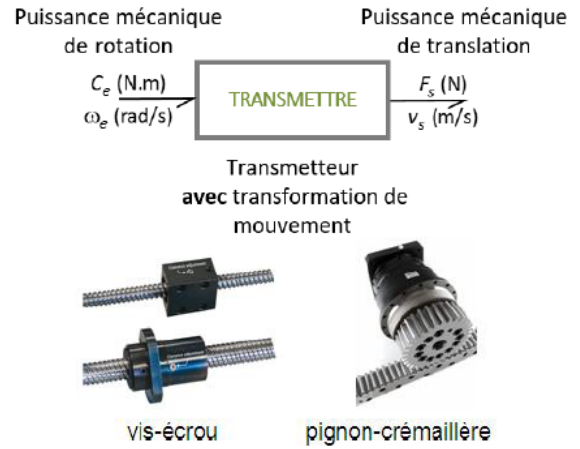
Avec ω_e en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ et *pas* en $\text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$

5 Grandeurs d'entrée sortie - loi entrée sortie en effort

La description de la chaîne de puissance permet, pour chaque transmetteur, de définir des grandeurs d'entrée et des grandeurs de sortie.



Et aussi : pignon-chaîne, roue et vis sans fin...



Et aussi : came, bielle-manivelle...

Une loi entrée-sortie en effort caractérise le comportement en effort du composant de la chaîne de puissance, elle en est le modèle en effort.

Exemples : $C_s = f(C_e)$ ou $F_s = f(C_e)$

D'une manière générale, la puissance transmise se caractérise par le produit de deux grandeurs :

- une grandeur d'effort notée f
- une grandeur de flux notée e

tel que la **puissance instantanée** est :

$$p(t) = e \cdot f$$

Domaines	Grandeur effort	Grandeur flux
Electrique	Tension $u(t)$ [V]	Intensité de courant $i(t)$ [A]
Mécanique translation	Force F [N]	Vitesse v [m/s]
Mécanique rotation	Couple C [N.m]	Vitesse angulaire ω [rad/s]
Fluidique	Différence de pression Δp [Pa]	Débit volumique q_v [m ³ /s]
Thermique	Différence de température $\Delta\theta$ [°C] ou ΔT [K]	Débit massique q_m [kg/s]

Pour le présent cours on s'intéresse à la puissance mécanique qui se traduit par la relation suivante :

$$P = F \cdot V \qquad P = C \cdot \omega$$

Pour trouver la loi entrée - sortie en effort, il faut connaître :

- la loi entrée - sortie cinématique
- le rendement η de la chaîne de transmission

