

TRAVAIL DIRIGE

Vérifier les performances cinématiques - généralités

1 Établissement des équations horaires à partir du vecteur accélération

1.1 En translation

Soit un mobile soumis à une accélération dont le vecteur accélération est écrit un vecteur ligne :

$$\vec{a} = a_x \cdot \vec{x} + a_y \cdot \vec{y} + a_z \cdot \vec{z}$$

Avec :

- $a_x = \text{constante}$
- $a_y = \text{constante}$
- $a_z = \text{constante}$

Écrire ce vecteur accélération $\vec{a}$ en vecteur colonne.

Déterminer l'expression du vecteur vitesse $\vec{v}$

Déterminer l'expression du vecteur position $\vec{s}$.

1.2 En rotation

Soit un mobile soumis à une accélération angulaire dont le vecteur accélération est écrit un vecteur ligne :

$$\vec{\alpha} = \alpha_x \cdot \vec{x} + \alpha_y \cdot \vec{y} + \alpha_z \cdot \vec{z}$$

Avec :

- $\alpha_x = \text{constante}$
- $\alpha_y = \text{constante}$
- $\alpha_z = \text{constante}$

Écrire ce vecteur accélération angulaire $\vec{\alpha}$ en vecteur colonne

Déterminer l'expression du vecteur vitesse $\vec{\Omega}$

Déterminer l'expression du vecteur position $\vec{\theta}$

2 Établissement des équations horaires à partir du vecteur position

Soit un mobile dont les équations horaires sont données par le vecteur position écrit un vecteur ligne :

$$\vec{s} = \left(\frac{t^3}{3} + 2t + 1.5\right) \cdot \vec{x} + \left(\frac{t^3}{6} + \frac{t^2}{2} + 1\right) \cdot \vec{y} + (-4t + 3) \cdot \vec{z}$$

Écrire ce vecteur en vecteur colonne et **Déduire** les positions initiales en x_0 , y_0 et z_0 .

Déterminer les composantes de position à l'instant $t = 2s$ ainsi que la distance du mobile (la norme) par rapport à sa position initiale de référence.

Déterminer l'expression du vecteur vitesse $\vec{v}$ et **déduire** les vitesses initiales v_{x0} , v_{y0} et v_{z0} .

Déterminer les composantes de vitesse à l'instant $t = 2s$ ainsi que la vitesse du mobile (la norme) atteinte à cet instant précis.

Déterminer l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$.

Déterminer les composantes de accélération à l'instant $t = 2s$ ainsi que l'accélération du mobile (la norme) à cet instant précis.

3 Analyse à partir d'un profil d'accélération

Un objet est animé par un profil d'accélération décrit ci-après :

- accélération constante égale à $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ pour $t \in [0; 1 \text{ s}]$
- accélération nulle pour $t \in [1 \text{ s}; 3 \text{ s}]$
- accélération constante égale à $-3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ pour $t \in [3 \text{ s}; 4 \text{ s}]$

1. **Tracer** le profil d'accélération.

2. **Déterminer** la vitesse atteinte à l'instant $t = 2 \text{ s}$ et à l'instant $t = 4 \text{ s}$

3. **En déduire** le profil de vitesse.

4. **Déterminer** la distance parcourue aux instants $t = 1 \text{ s}$ et $t = 4 \text{ s}$

5. À partir du modèle OpenModelica *TD1_cinematique_partie3.mo* ci-dessous partiellement complété

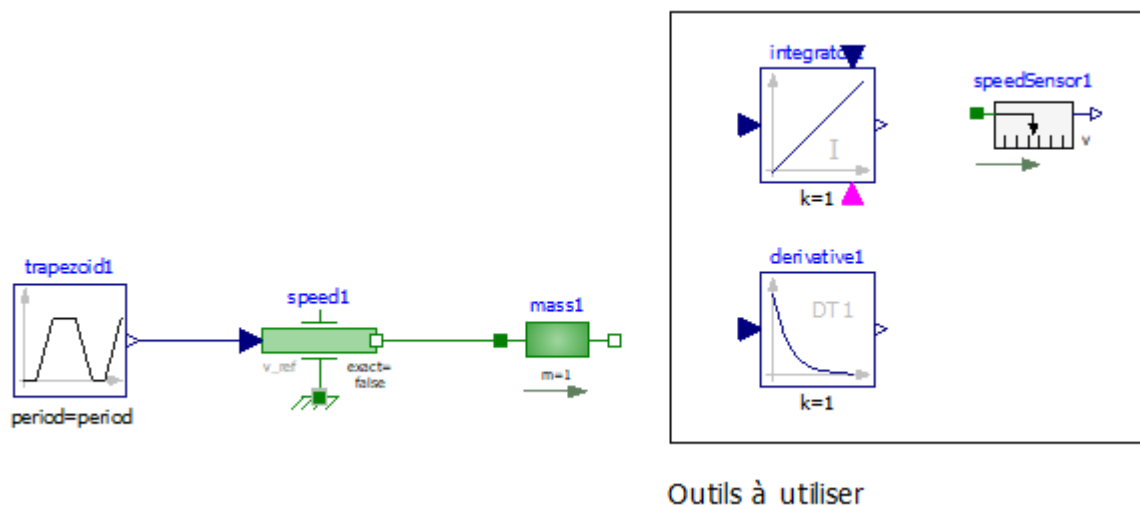


Figure 1: Modèle OpenModelica

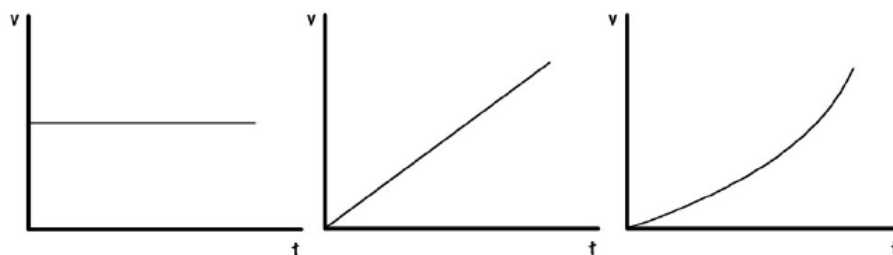
6. **Enrichir** le modèle pour :

- solliciter l'objet avec le profil de vitesse obtenu question 3 ;
- obtenir le profil d'accélération ;
- obtenir le profil de position;

7. **Relever** le profil de position et **comparer** avec les résultats obtenus avec les résultats obtenus à la question 4.

4 Analyses de profils

1. Voici 3 graphiques de la vitesse en fonction du temps $v = f(t)$. Lequel représente le mieux celui d'un mobile dont l'accélération est constante et non-nulle?



2. Que peut-on dire du mouvement de chaque mobile dont les graphiques sont illustrés ci-avant?

	Graphique 1	Graphique 2	Graphique 3
a. La vitesse est nulle	☐	☐	☐
b. La vitesse est constante	☐	☐	☐
c. La vitesse augmente	☐	☐	☐
d. L'accélération est nulle	☐	☐	☐
e. L'accélération est constante	☐	☐	☐
f. L'accélération augmente	☐	☐	☐

3. Voici trois graphiques donnant la position en fonction du temps de trois mobiles.

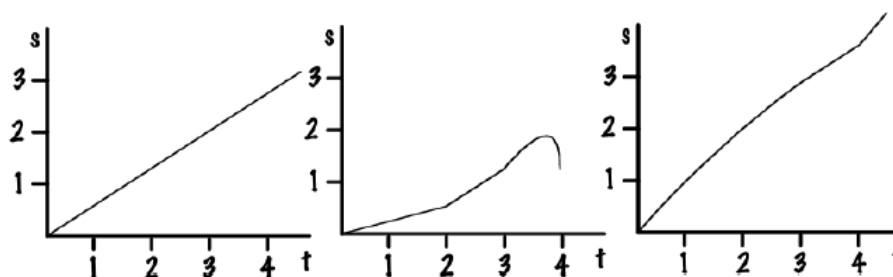


Figure 2: Profil de position $s = f(t)$

- À Quel temps les trois mobiles ont-ils la même vitesse ?
- Quelle est la vitesse moyenne de chaque mobile entre $t=0s$ et $t=3s$?
- Quel mobile atteint la plus grande vitesse? À quel temps atteint-il cette vitesse?
- Quel mobile a reculé pendant le parcours?
- Quel mobile s'est déplacé à vitesse constante?