

COURS

Modélisation des phénomènes électriques

1 Phénomènes électriques

Dans le cadre de ce cours nous ne nous intéresserons à uniquement trois phénomènes

- l'effet résistif
- l'effet inductif
- l'effet capacitif

2 Modélisations schématiques et formules

2.1 L'effet résistif

Effet résistif

L'effet résistif se traduit par une difficulté accrue du **courant à circuler**.

Tout matériau conducteur présente une résistance au regard du courant.

Modèle de connaissance : Loi d'Ohm

$$u = R \cdot i$$

Avec :

- u tension instantanée $u(t)$ en Volts (V)
- i courant instantané $i(t)$ en Ampère (A)
- R résistance en Ohm (Ω)

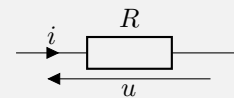
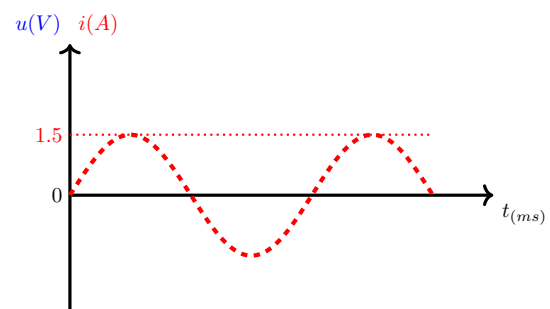
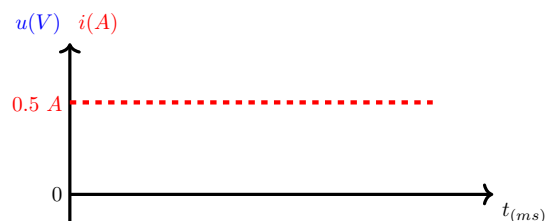


Figure 1: Convention tension - courant Résistance

Soit une résistance parcourue par les intensités dont les oscillogrammes sont donnés ci-après.

Tracer les allures des tensions u pour une résistance de $2\ \Omega$



2.1.1 Dissipation et / ou stockage

Dans toutes les situations, les **résistances** dissipent de l'énergie sous forme de **chaleur**. Elles ne stockent aucune énergie **électrique**

Prenons le schéma ci-dessous pour expliquer le concept...

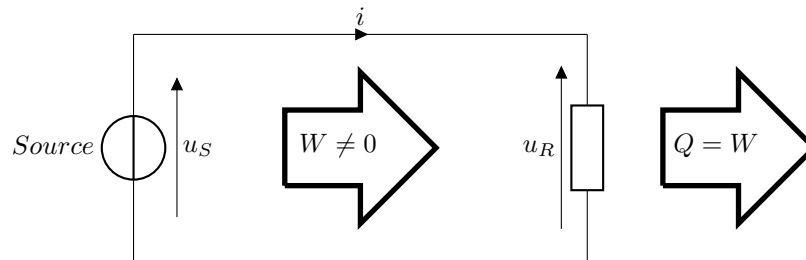


Figure 2: Conversion d'énergie électrique W en énergie thermique Q

L'énergie électrique transférée W se calcule de la manière suivante : $W = P \cdot \Delta t$

avec :

- $P = U_R \cdot I$ en courant continu
- $P = U_R \cdot I \cdot \cos \varphi$ en courant alternatif monophasé sinusoïdal avec :
 - U_R : Tension efficace
 - I : Courant efficace
 - $\cos \varphi$: Facteur de puissance (très exactement facteur de déplacement)

Dans ce cas précis, l'intégralité de la puissance électrique est dissipée thermiquement au travers de la résistance.

Calcul de la puissance perdue par effet Joule

L'énergie thermique perdue par effet Joule se calcule de la manière suivante : $Q = P_j \cdot \Delta t$

avec :

- $P_j = R \cdot I^2$
 - ou
 - $P_j = \frac{U_R^2}{R}$

Formules de calculs des pertes par effet Joule (P_j)

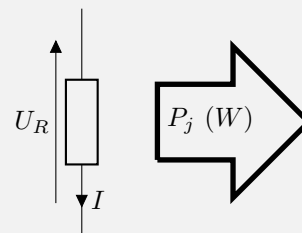


Figure 3: Puissance perdue par effet Joule (P_j)

2.1.2 Existence de résistances dans le vie réelle

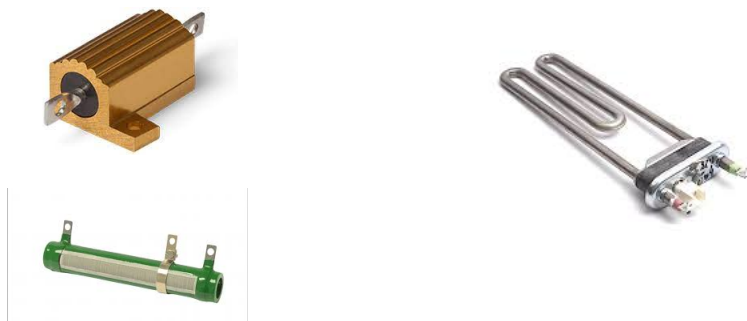
Les résistances sont un modèle physique d'un phénomène électrique. Il ne s'agit ici que d'illustrations où l'on peut avoir besoin de modéliser par des résistances.

- Les résistors d'électronique (destinés à limiter le courant)



Figure 4: Résistors utilisés en électronique

- Les résistors de puissance (destinés à évacuer la chaleur)



Résistor de dissipation thermique

Figure 5: Résistor de machine à laver, bouilloire, etc

- Les fils / câbles / conducteurs électrique

Les matériaux présentent des performances plus ou moins intéressantes au regard des caractéristiques électriques.

Calcul de la résistance d'un matériau

La résistance d'un matériau se calcule de la manière suivante :

$$R = \frac{\rho \cdot L}{S}$$

Avec

- R : Résistance en Ohms (Ω)
- ρ : Résistivité en Ohm-mètre ($\Omega \cdot m$)
- L : Longueur du matériau en mètre (m)
- S : Section du matériau en mètre carré (m^2)

Résistivité de certains matériaux	
Matériau	Résistivité à 20°C ($\Omega \cdot m$)
Résistivité de certains bons conducteurs	
Eau de mer	0,2
Germanium*	0,2
Silicium*	$2,2 \times 10^3$
Verre	$\approx 10^{10}$
Caoutchouc	$\approx 10^{10}$
Bois	$\approx 10^{14}$
Téflon	$\approx 10^{16}$
Quartz fondu	$7,5 \times 10^{17}$
*métal semiconducteur	
Argent	1,5
Cuivre	1,7
Or	2,4
Aluminium	2,8
Tungstène	5,6
Platine	11

Figure 6: Quelques valeurs de résistivité de matériaux courants

Note relative aux matériaux supraconducteur

Un supraconducteur est un matériau très froid dont la résistivité ρ chute à zéro lorsqu'une température critique T_c est atteinte. À cette température critique la résistivité est nulle. Les meilleurs supraconducteurs sont ceux dont la température critique est élevée, car ils sont moins difficiles à refroidir.

Application possible :

- Transport d'énergie
- Lévitation magnétique

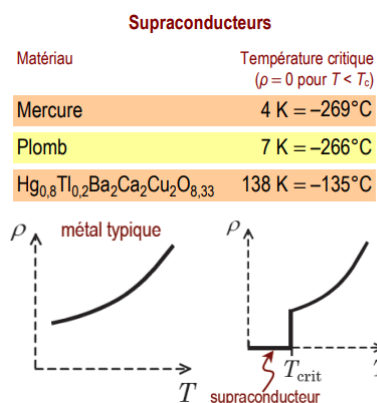


Figure 7: Quelques températures de matériaux supraconducteurs

Application

Soit le montage suivant (figure 8) alimenté par un câble électrique de 100 m comportant 3 conducteurs (phase, neutre et terre). Les conducteurs électriques sont en cuivre de section 1.5 mm^2 .

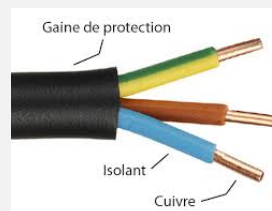


Figure 8: Illustration câble de 3 conducteurs (phase, neutre et terre)

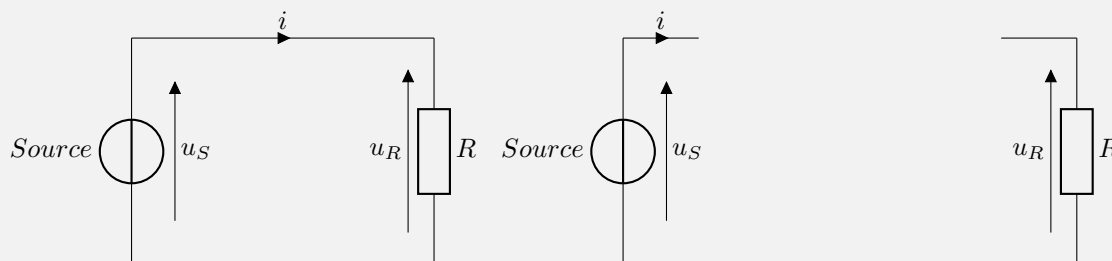


Figure 9: Modélisation de la résistance des fils dans un circuit

Réaliser la modélisation de schéma en tenant compte des résistances des fils, **calculer ces résistances**, **déterminer** la chute aux bornes de chacune des deux résistances pour un courant efficace $I = 2 \text{ A}$ et **en déduire** la tension aux bornes de la résistance R pour une tension efficace de $U_s = 230 \text{ V}$

Zone de rédaction

2.2 L'effet inductif

Effet inductif

L'effet inductif se traduit par une difficulté accrue du **courant à varier en amplitude**.

Modèle de connaissance d'une inductance

$$u = L \cdot \frac{di}{dt}$$

Avec :

- u tension instantanée $u(t)$ en Volts (V)
- i courant instantané $i(t)$ en Ampère (A)
- L inductance en Henry (H)

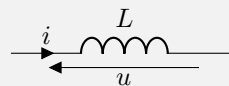
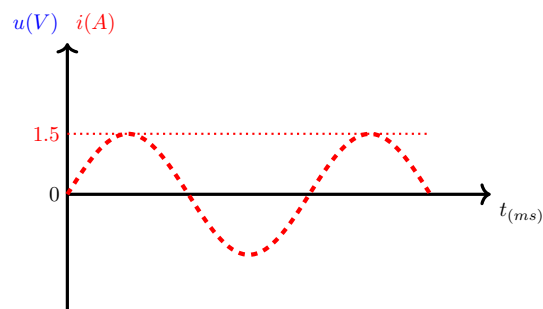
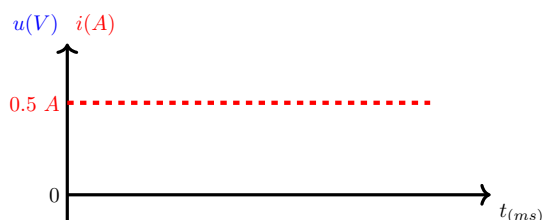


Figure 10: Convention tension - courant inductance

Soit une inductance parcourue par les intensités dont les oscillogrammes sont donnés ci-après.

Tracer les allures des tensions u pour une inductance de 2 Henry



Aide : la dérivée d'une fonction sinusoïdale introduit en déphasage avant (avance) de 90° ou $\frac{\pi}{2} \text{ rad}$

2.2.1 Dissipation et / ou stockage

Les inductances n'existent pas seules, elles sont forcément associées à des résistances. Cependant à ce stade du cours nous imaginerons qu'elles puissent exister seules.

Les **inductances** ne dissipent aucune énergie sous forme de **chaleur**. Elles **stockent et déstockent** de l'énergie **électrique** cinétique.

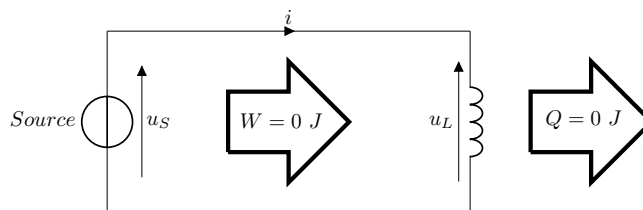


Figure 11: Stockage d'énergie électrique E dans une inductance

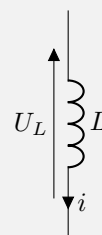
Dans ce cas utopique de l'existence d'une inductance seule, aucune énergie thermique n'est Q libérée, la source n'échange aucune énergie de transfert W .

Calcul de l'énergie d'état stockée dans l'inductance

L'énergie stockée dans l'inductance se calcule de la manière suivante :

$$E = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$$

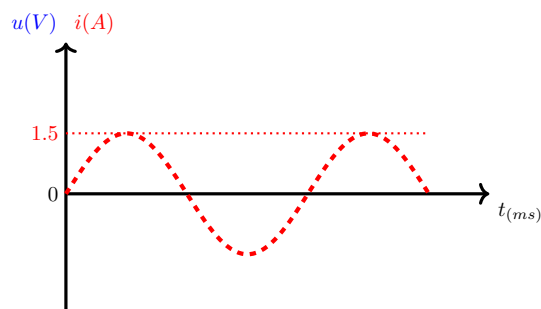
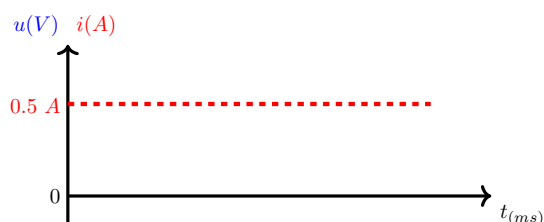
Formule de calcul de l'énergie stockée dans une inductance L



Remarque : Dans l'enseignement supérieur de génie électrique la formule est énoncée de la manière suivante $W = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$, E est remplacé par W pour ne pas confondre avec la tension du générateur elle aussi notée E . En tout état de cause, il s'agit bien d'une énergie d'état et devrait ainsi se nommer E

Il s'agit d'une énergie électrique **cinétique**, elle ne peut donc pas être conservée dans l'inductance (à l'image de l'énergie cinétique d'une masse en translation $E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$)

Déterminer l'énergie d'état stockée dans les deux cas suivants (pour le signal sinusoïdal, **calculer** à $t = 0s$, $t = \frac{T}{4}$, $t = \frac{T}{2}$ et à $t = \frac{3 \cdot T}{4}$, pour une inductance de 2 Henry



2.2.2 Existence d'inductance dans le vie réelle

Les inductance sont un modèle physique d'un phénomène électrique. Il apparaît dès lors qu'un fil est bobiné à l'image de la figure 12.



Figure 12: Inductance utilisée en électronique destinée à lisser le courant et/ou à stocker et déstocker de l'énergie électrique

À l'image de l'illustration figure 13, il est simple de fabriquer un électro-aimant avec un simple fil électrique enroulé autour d'un clou.

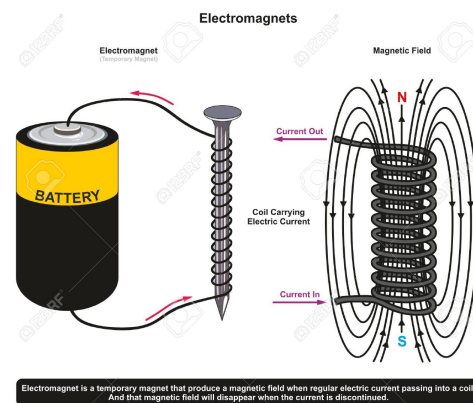


Figure 13: Exemple de création d'un électro-aimant avec une pile et un clou

Cependant ce fil bobiné présente également une résistance aussi petite soit-elle...

On doit légitimement modéliser cette bobine par le schéma suivant faisant intervenir une résistance modélisant la résistance du fil.

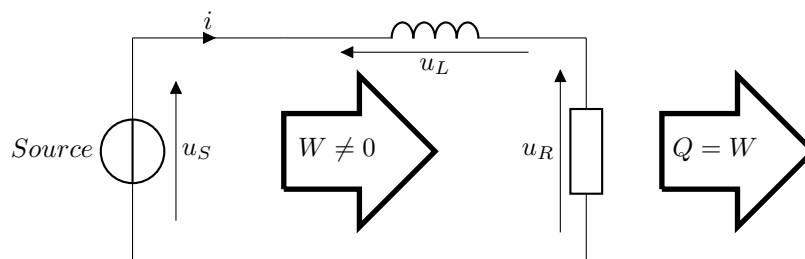


Figure 14:

L'énergie de transfert consommée W est intégralement dégradée sous forme de chaleur Q par la résistance de la bobine. Une fois encore, l'inductance stocke/déstocke mais ne transforme pas l'énergie W en énergie thermique Q .

2.2.3 Calcul d'une inductance

Calcul de l'inductance d'un fil enroulé

L'inductance d'un fil enroulé se calcule de la manière suivante :

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}}$$

Avec

- L : Inductance en Henry (H)
- $\mathcal{R}$: Reluctance en (H^{-1})
- N : Nombre de spires.

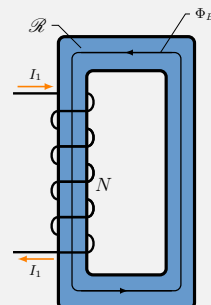
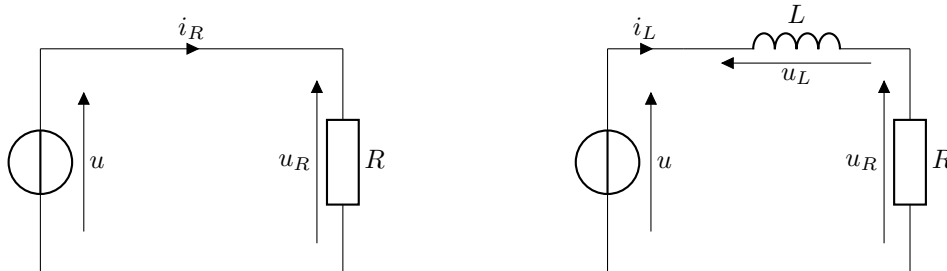


Figure 15: Bobine avec circuit magnétique fermé

2.2.4 L'inductance comme inertie au regard du courant i

La présence d'inductances dans les circuits empêche le courant i de varier rapidement ¹



Tracer sur le chronogramme figure 16 les allures des deux intensités i_R et i_L .

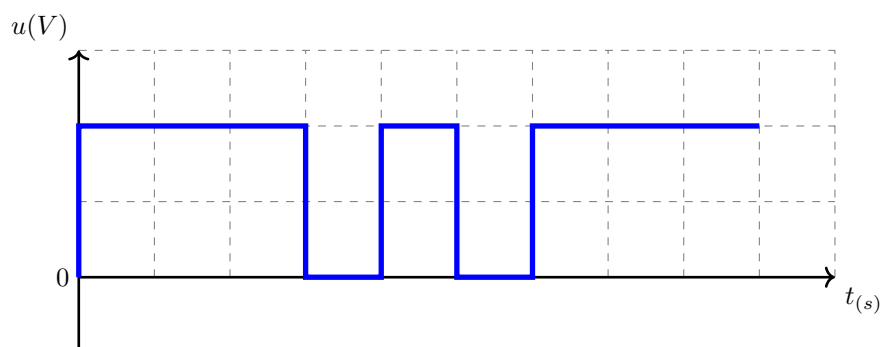


Figure 16: Chronogramme des "allures" des courant i_R et i_L

¹Elle se comporte comme une masse au regard de la vitesse

2.2.5 Caprice des inductances

Une inductance **ne supporte pas les discontinuités de courant**, si tel est le cas, il se produira une surtension pouvant être destructeur pour les composants électriques.

Illustration sur la commande d'un électroaimant

Schéma électrique

Schéma équivalent

Commentaires et calculs :

Solution : ajouter une diode dite de "roue libre" en antiparallèle sur la bobine de l'électro-aimant

Schéma électrique

Schéma équivalent

2.3 L'effet capacitif

Effet capacitif

L'effet capacitif se traduit par une difficulté accrue de la **tension à varier en amplitude**.

Modèle de connaissance d'un condensateur

$$i = C \cdot \frac{du}{dt}$$

Avec :

- u tension instantanée $u(t)$ en Volts (V)
- i courant instantané $i(t)$ en Ampère (A)
- C capacité en farad (F)

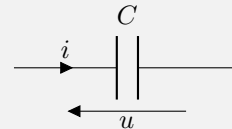
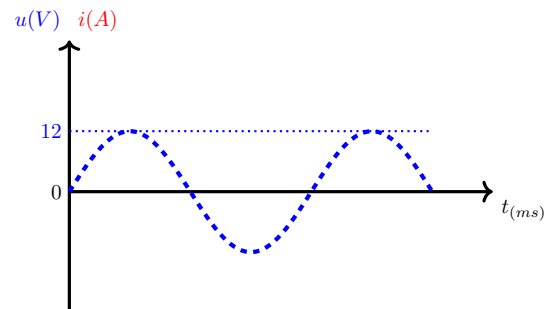
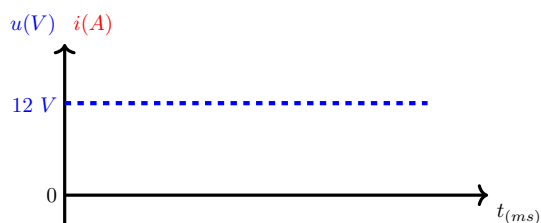


Figure 17: Convention tension - courant capacité

Soit une capacité soumise aux tensions dont les oscillogrammes sont donnés ci-après.

Tracer les allures des intensités de courant i pour une capacité de 2 Farads



Aide : la dérivée d'une fonction sinusoïdale introduit un déphasage avant (avance) de 90° ou $\frac{\pi}{2} \text{ rad}$

2.3.1 Dissipation et / ou stockage

Les **capacités** ne dissipent aucune énergie sous forme de **chaleur**. Elles **stockent et déstockent** de l'énergie **électrique** potentielle.

Prenons le schéma ci-dessous pour expliquer le concept. . .

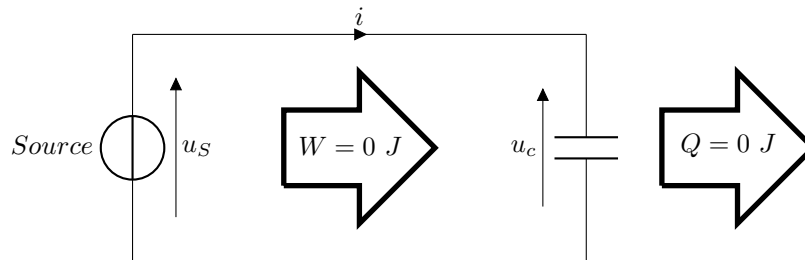


Figure 18: Stockage d'énergie électrique E dans une capacité

Calcul de l'énergie d'état stockée dans une capacité

L'énergie stockée dans capacité se calcule de la manière suivante :

$$E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$$

Formule de calcul de l'énergie stockée dans une capacité C

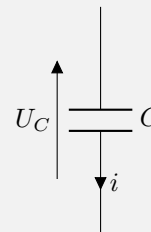
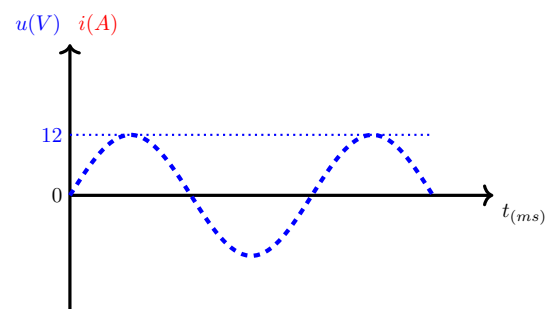
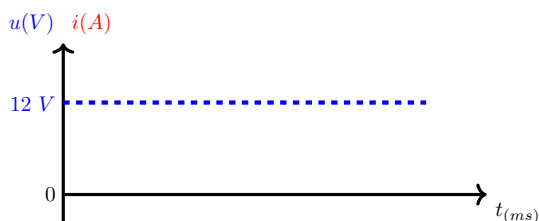


Figure 19: La puissance perdue par effet Joule est nulle dans une capacité

Remarque : Dans l'enseignement supérieur de génie électrique la formule est énoncée de la manière suivante $W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$, E est remplacé par W pour ne pas confondre avec la tension du générateur elle aussi notée E . En tout état de cause, il s'agit bien d'une énergie d'état et devrait ainsi se nommer E

Il s'agit d'une énergie électrique **potentielle**, elle n'attend que d'être libérée (à l'image de l'énergie potentielle d'une masse à une certaine hauteur $E = m \cdot g \cdot z$)

Déterminer l'énergie d'état stockée dans les deux cas suivants (pour le signal sinusoïdal, **calculer** à $t = 0s$, $t = \frac{T}{4}$, $t = \frac{T}{2}$ et à $t = \frac{3 \cdot T}{4}$, pour une capacité de 2 Farad



2.3.2 Existence capacité dans le vie réelle

Les capacité sont un modèle physique d'un phénomène électrique. Il apparaît dès lors que deux matériaux conducteurs sont en regard l'un de l'autre à l'image de la figure 20.

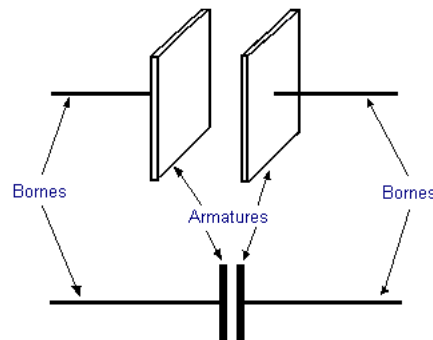


Figure 20: Phénomène de capacité

La solution constructive très répandue est le condensateur tel que présenté figure 21.



Figure 21: Phénomène de capacité

Remarque

Attention, le phénomène de capacité est utilisé dans les condensateurs mais également dans des technologies de capteurs. Ce phénomène apparaît naturellement et est responsable de quelques phénomènes électriques tel que des fuites de courant à haute fréquence, des décharges électriques en embrassant une personne après avoir circulé dans une voiture, etc.

2.3.3 Calcul d'une capacité

Calcul d'une capacité

La capacité de surface conductrice en vis à vis se calcule de la manière suivante :

$$C = \frac{\epsilon \cdot S}{e}$$

Avec

- C : Capacité (Farad F)
- ϵ : Permittivité du diélectrique (isolant) entre les armatures ($F \cdot m^{-1}$)
- S : Surface des armatures en regard (m^2)
- e : Écart entre les deux armatures (m)

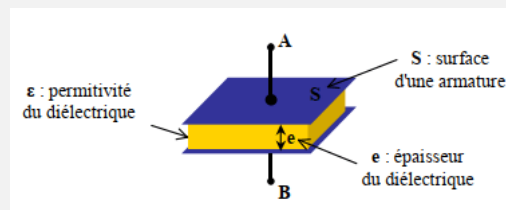


Figure 22: Définition d'une capacité

Désignation	Capacité	Champ électrique	Représentation
Condensateur plan	$C = \epsilon_0 \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$	$E = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r A}$	
Condensateur cylindrique	$C = 2\pi\epsilon_0\epsilon_r \frac{l}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$	$E(r) = \frac{Q}{2\pi r l \epsilon_0 \epsilon_r}$	
Condensateur sphérique	$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)^{-1}$	$E(r) = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0 \epsilon_r}$	
Sphère	$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r R_1$		

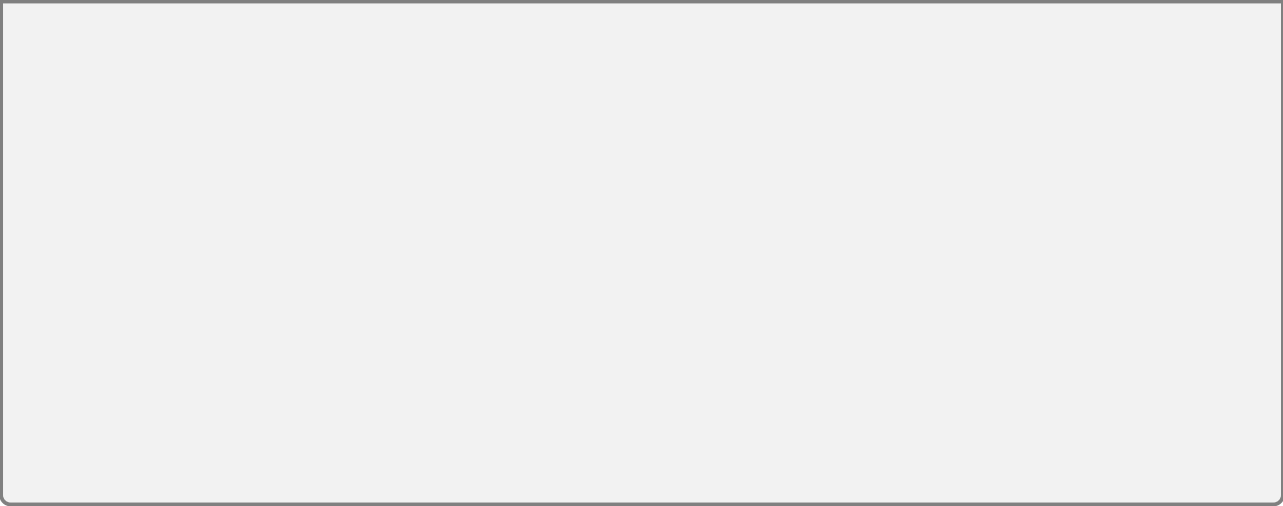
Figure 23: Source Wikipedia

2.3.4 La capacité comme inertie au regard de la tension u

La présence de capacités dans les circuits empêche la tension u à varier rapidement ²

Les condensateurs sont très utilisés pour "lisser" la tension en sortie d'un montage redresseur de tension, cela en vue d'obtenir une source de tension continue à partir d'une source alternative sinusoïdale.

Illustration d'utilisation des condensateurs



²Elle se comporte comme une masse au regard de la vitesse