TRAVAIL DIRIGE

Cinématique du point matériel

Éolienne et échelle de pompier

On rappelle bien que nous sommes dans le cadre de ce TD dans la **cinématique du point matériel**. Nous utiliserons donc les outils propres à ce domaine :

En particulier la formule de la dérivation vectorielle.

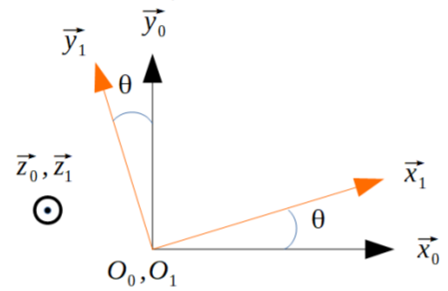
Formule de dérivation vectorielle

Soit un vecteur $\vec{U}$ que nous devons dériver dans une base R_0 :

$$\boxed{\left.\frac{d\vec{U}}{dt}\right|_{R_0} = \left.\frac{d\vec{U}}{dt}\right|_{R_1} + \overrightarrow{\Omega_{R_1/R_0}} \wedge \vec{U}}$$

$\overrightarrow{\Omega_{R_1/R_0}}$ est le vecteur vitesse instantanée de rotation du repère R_1 par rapport au repère R_0

Qui se réduit au tableau suivant dans notre cas (nous ne dériverons que des vecteurs unitaires)

<table>
<tr><td colspan="2">Cas des vecteurs fixes dans la base</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\left.\frac{d\vec{x}_0}{dt}\right|_{/R_0} = \left.\frac{d\vec{y}_0}{dt}\right|_{/R_0} = \vec{0}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Cas des vecteurs en rotation par rapport à une autre base (ici R_0)</td></tr>
<tr><td>$\left.\frac{d\vec{x}_1}{dt}\right|_{/R_0} = \overrightarrow{\Omega_{1/0}} \wedge \vec{x}_1 = \dot{\theta} \cdot \vec{y}_1$
$\left.\frac{d\vec{y}_1}{dt}\right|_{/R_0} = \overrightarrow{\Omega_{1/0}} \wedge \vec{y}_1 = -\dot{\theta} \cdot \vec{x}_1$</td><td>Figure plane
(incontournable pour dérivation vectorielle)


$\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \dot{\theta} \cdot \vec{z}_0 = \dot{\theta} \cdot \vec{z}_1$</td></tr>
</table>

1 Exercice 1 : Éolienne

Objectif

Déterminer, dans le but quantifier les efforts dus aux effets dynamiques, le vecteur accélération du centre de gravité G_2 des pâles dans leur mouvement par rapport au sol.

En raison de la complexité en pré-bac nous n'irons que jusqu'à l'expression du vecteur vitesse. Les plus à l'aise pourront aller jusqu'à l'expression de vecteur accélération

On s'intéresse à une éolienne de petite puissance (18 KW) représentée sous forme de schéma cinématique ci-dessous :

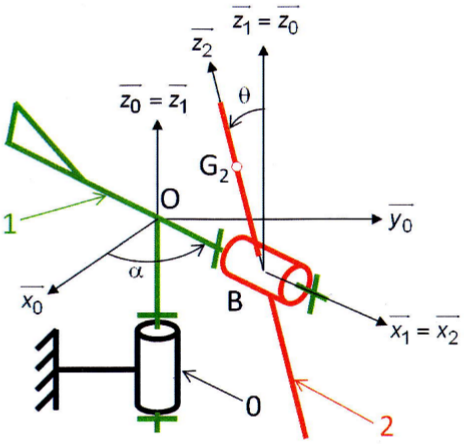


Figure 1: Schéma cinématique de l'éolienne

Ce système est constitué de trois solides :

- Le mât 0, de repère associé $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, fixe par rapport au sol tet que t'axe $(O, \vec{z}_0)$ soit dirigé suivant la verticale ascendante.
- Le corps 1, de repère associé $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, en mouvement de rotation d'axe $(O, \vec{z}_0)$ par rapport au mât 0 tel que $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$ et $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = \alpha$.
- Les pâles 2, de repère associé $R_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$, en mouvement de rotation d'axe $(B, \vec{x}_1)$ par rapport au corps 1 tel que $\overrightarrow{OB} = b \cdot \vec{x}_1$ (b constant), $\vec{x}_1 = \vec{x}_2$ et $(\vec{y}_1, \vec{y}_2) = \theta$.

Si un corps étranger percute une pâle au point de l'endommager et de créer un balourd (centre de gravité G2 des pâles qui n'est plus sur l'axe de rotation des pâles), des effets dynamiques (vibrations) peuvent apparaître et être à l'origine d'efforts qui vont user anormalement certaine pièces du système.

Dans ce cas, la position du centre de gravité G2 des pâles 2 est défini par $\overrightarrow{BG_2} = c \cdot \vec{z}_2$ (c constant).

Questions :

1. **Donner** la nature des mouvements $Mvt_{1/0}$ et $Mvt_{2/1}$.
2. **En déduire** les trajectoires $T_{B \in 1/0}$ et $T_{G_2 \in 2/1}$.
3. **Dessiner** les deux figures de changement de bases et **indiquer** sous chacune de ses figures les vecteurs vitesses instantanées de rotation $\overrightarrow{\Omega_{1/0}}$ et $\overrightarrow{\Omega_{2/1}}$
4. **En déduire** l'expression de $\overrightarrow{\Omega_{2/0}}$ à l'aide de la composition des vecteurs vitesses instantanées de rotation.

5. **Donner** l'expression du vecteur $\overrightarrow{OG_2}$.
6. **Déterminer** l'expression du vecteur $\overrightarrow{V_{G_2\in 2/0}}$.
7. **Déterminer** le vecteur accélération $\overrightarrow{\Gamma_{G_2\in 2/0}}$. (Optionnelle, la faire selon votre aisance ...).

2 Échelle de pompier E.P.A.S

Objectif

Déterminer, dans le but de valider le critère du Cahier des Charges Fonctionnel, le vecteur accélération du point D appartenant à l'échelle dans son mouvement par rapport au sol.
En raison de la complexité en pré-bac nous n'irons que jusqu'à l'expression du vecteur vitesse. Les plus à l'aise pourront aller jusqu'à l'expression de vecteur accélération

On s'intéresse à une Echelle Pivotante Automatique à commande Séquentielle. Ce système conçu et commercialisé par la société CAMIVA est monté sur te châssis d'un camion de pompiers et permet de déplacer une plate-forme pouvant recevoir deux personnes et un brancard (charge maxi 270 kg) te plus rapidement possible et en toute sécurité.

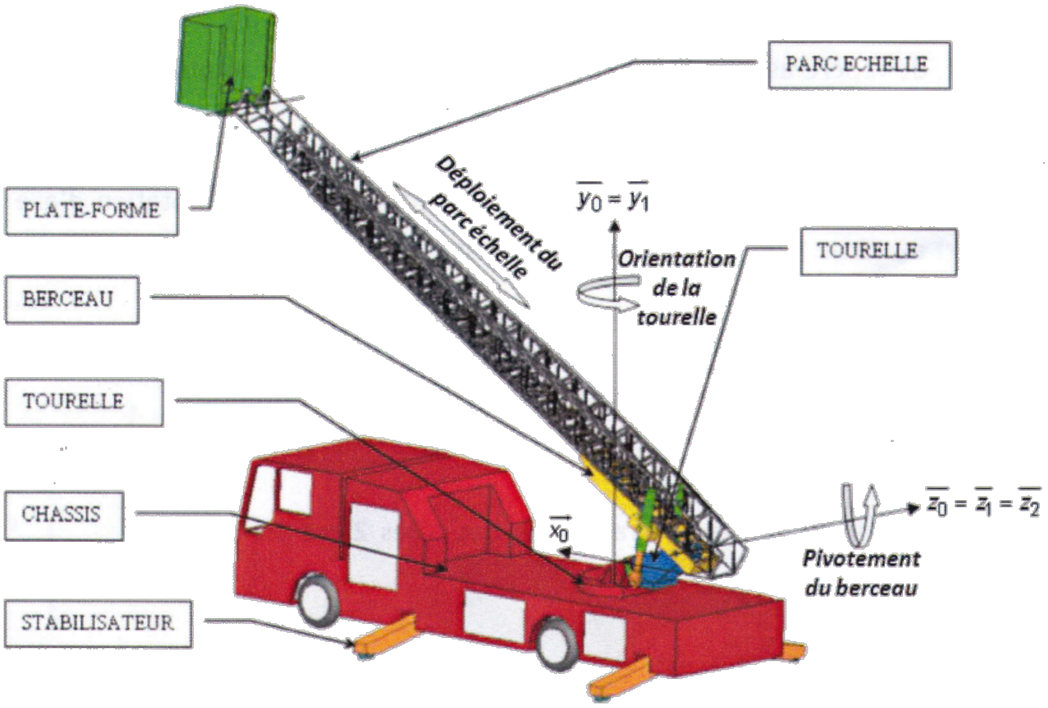


Figure 2: Présentation échelle de pompier E.P.A.S

Le système est représenté sous forme de schéma cinématique ci-dessous :

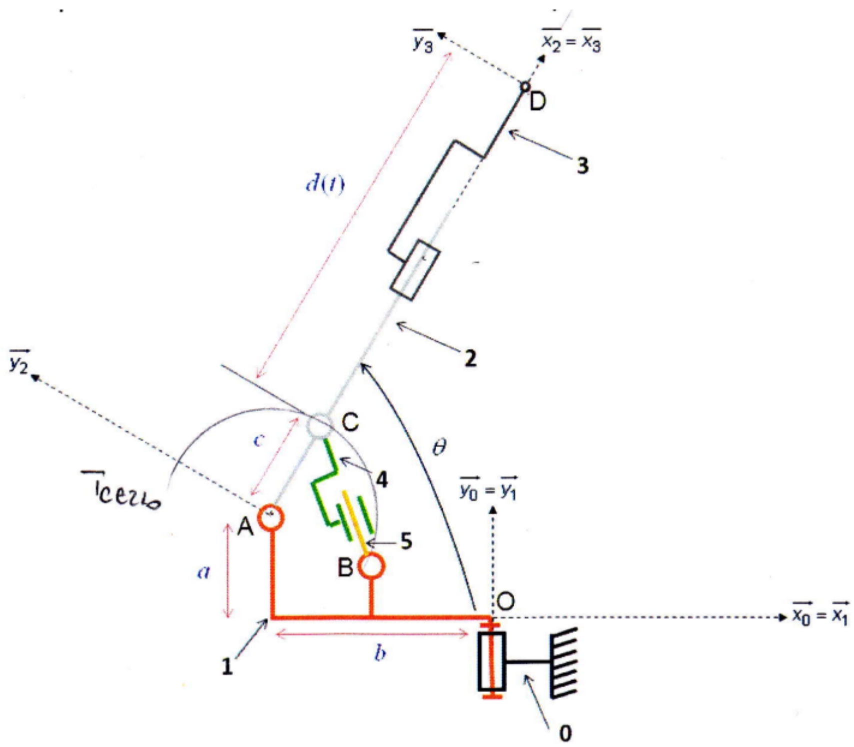


Figure 3: Schéma cinématique échelle de pompier E.P.A.S

$R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$

Ce système est constitué de cinq solides :

- Le châssis 0, de repère associé $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, fixe par rapport au sol tel que d'axe $(O, \vec{y}_0)$ soit dirigé suivant la verticale ascendante.
- La tourelle 1, de repère associé $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, en mouvement de rotation (non étudié ici) d'axe $(O, \vec{z}_0)$ par rapport au mât 0 tel que $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$.
- Le berceau 2, de repère associé $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$, en mouvement de rotation d'axe $(A, \vec{z}_1)$ par rapport à la tourelle 1 tel que $\overrightarrow{OA} = -b \cdot \vec{x}_1 + a \cdot \vec{y}_1$ (a et b constants), $\overrightarrow{AC} = c \cdot \vec{x}_2$ (c constant), $\vec{z}_1 = \vec{z}_2$ et $(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \theta$
- L'échelle 3, de repère associé $R_3(D, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$, en mouvement de translation rectiligne de direction $\vec{x}_2$, rapport au berceau 2 tel que $\overrightarrow{CD} = d(t) \cdot \vec{x}_2$
- Le vérin de dressage 4 + 5 (non étudié ici).

Pour des raisons de confort et de sécurité, il est nécessaire que pendant ta phase de dressage de l'échelle, la norme de l'accélération subie par une personne située dans ta nacelle ne dépassement un niveau défini dans le CdCF.

Phase de dressage : les vérins de dressage font pivoter le berceau 2 pendant que le parc échelle 3 se déploie. Pendant cette phase, le système d'orientation de la tourelle 1 est inactif $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0) = R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

Questions :

1. **Donner** la nature des mouvements $Mvt_{2/0}$, $Mvt_{3/2}$ et $Mvt_{3/0}$.
2. **En déduire** les trajectoires $T_{C\in 2/0}$, $T_{D\in 3/2}$ et $T_{D\in 3/0}$.
3. Que peut on dire sur les bases repère R_2 et R_3 ? **En déduire** $\overrightarrow{\Omega_{3/2}}$.

4. **Dessiner** la figure de changement de base correspondant au mouvement $Mvt_{2/1}$ et **indiquer** sous cette figure le vecteur vitesse instantanée de rotation $\overrightarrow{\Omega_{2/1}}$.
5. **En déduire** le vecteur vitesse instantanée de rotation $\overrightarrow{\Omega_{3/0}}$.
6. **Donner** l'expression du vecteur position $\overrightarrow{AD}$.
7. **Déterminer** l'expression du vecteur $\overrightarrow{V_{D\in 3/0}}$.
8. **Déterminer** le vecteur accélération $\overrightarrow{\Gamma_{D\in 3/0}}$.(Optionnelle, la faire selon votre aisance ...).