

COURS

Analyser et modéliser une machine à courant continu

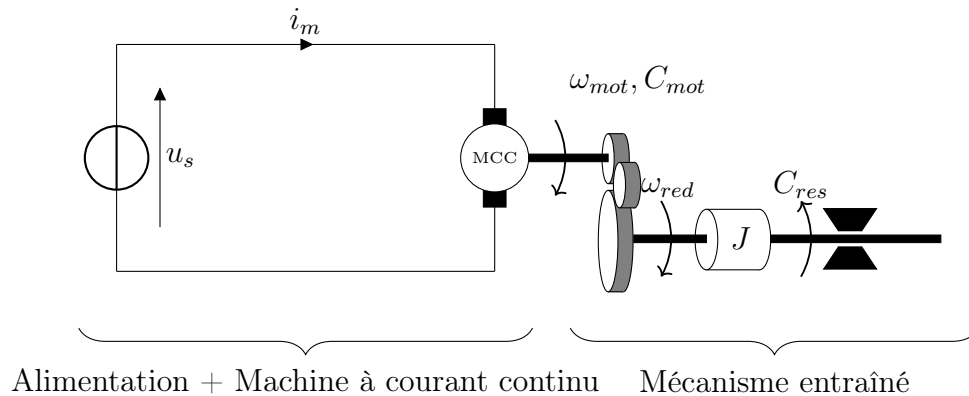


Figure 1: Exemple de contexte d'une machine à courant continu

1 Technologie des moteurs

Il existe différentes technologies de machines électro-mécaniques :

- machines asynchrones (monophasées ou triphasées)
- machine synchrones aussi appelés moteur Brushless¹
- machine à courant continu²
- moteur pas-à-pas
- Servo-moteur qui n'est en fait qu'un simple moteur à courant continu avec une électronique de commande intégrée permettant de faire un asservissement de position.

¹Un moteur Brushless est un moteur sans balais fonctionnant en triphasé. Ce sont par exemple les moteurs utilisés sur les drones .

²Communément appelée MCC

2 Place de la machine à courant continu dans la chaîne de puissance

La machine à courant continu satisfait à la fonction **convertir**.

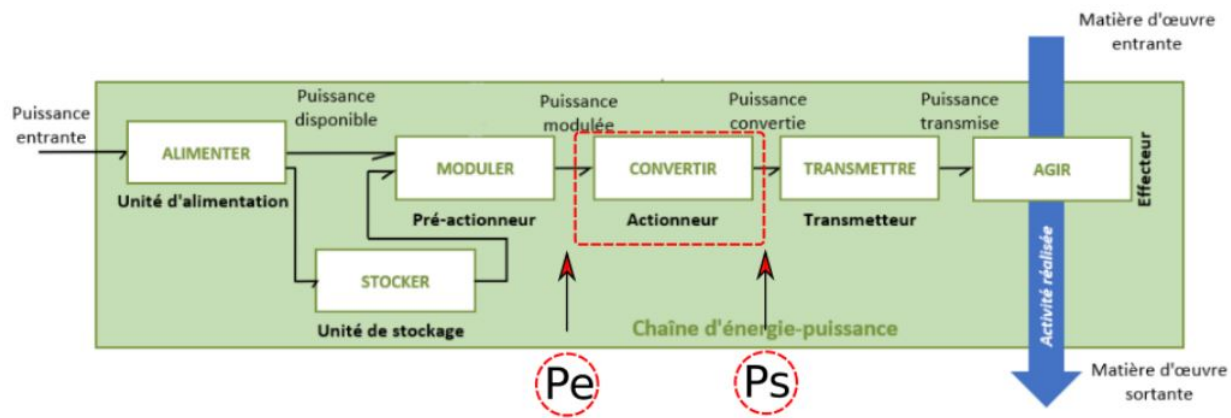


Figure 2: Place de la Mcc dans la chaîne de puissance

Comme tout système elle se caractérise par un rendement pour un fonctionnement en moteur.

$$\eta = \frac{P_s}{P_e}$$

Dans le cas d'un fonctionnement en générateur, P_e et P_s sont inversés sur le schéma **mais pas** dans l'expression du rendement (évidemment!)

Remarque sur le rendement

Le rendement n'est pas constant mais dépend du *point de fonctionnement* de la machine. Le *point de fonctionnement* dépend de la charge mécanique que la machine entraîne (en fonctionnement moteur) et de la charge électrique qu'elle alimente (en fonctionnement générateur).

Le meilleur rendement est obtenu pour un fonctionnement à puissance nominale.

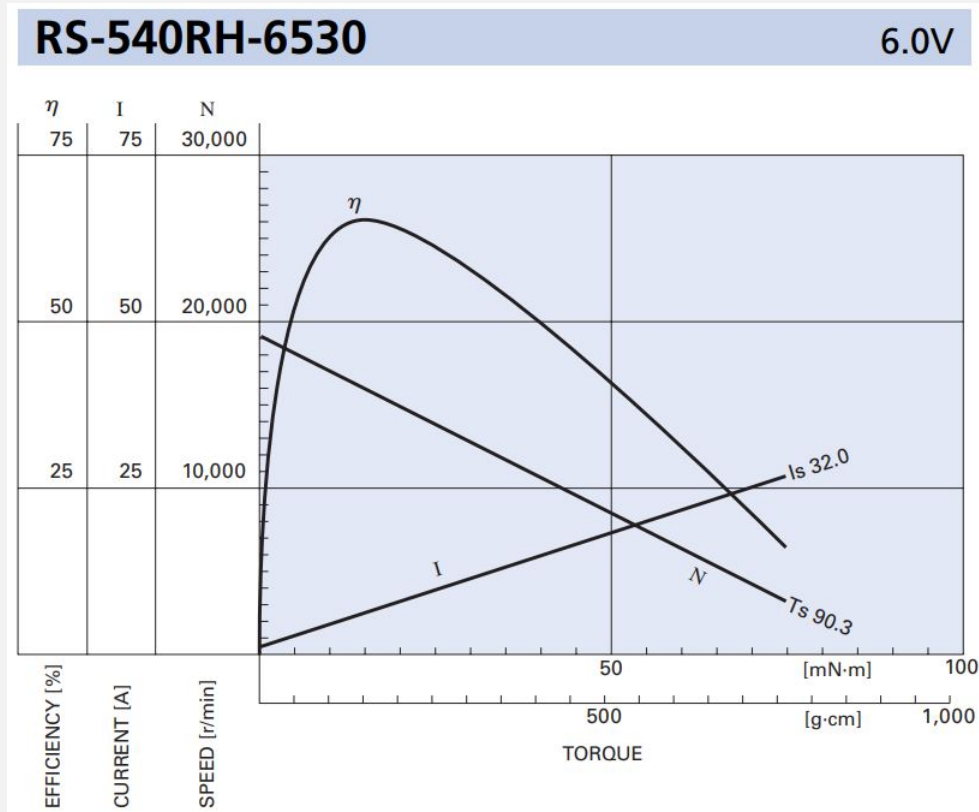
Exemple d'une MCC de 1kW

* Une MCC fonctionnant en **moteur** entraînant une **charge mécanique** de 500 W aura un rendement inférieur à celui prévu.

* Une MCC de fonctionnant en **générateur** alimentant une **charge électrique** de 500 W aura un rendement inférieur à celui prévu.

*Le meilleur rendement est obtenu pour un fonctionnement à 1 kW dans le cas présent.

Exemple de caractéristiques constructeur - moteur voiture Tamiya



MODEL	VOLTAGE		NO LOAD		AT MAXIMUM EFFICIENCY						STALL		
	OPERATING RANGE	NOMINAL	SPEED	CURRENT	SPEED	CURRENT	TORQUE		OUTPUT	TORQUE		CURRENT	
			r/min	A	r/min	A	mN·m	g·cm	W	mN·m	g·cm	A	
RS-540RH-6530	(*1)	3.6~6.0	6V CONSTANT	19200	1.30	15980	6.45	15.1	154	25.3	90.3	920	32.0
RS-540RH-7522	(*1)	3.6~4.8	4.8V CONSTANT	20200	1.90	16510	8.50	14.3	146	24.8	78.5	800	38.0
RS-540SH-7520	(*1)	4.8~7.2	7.2V CONSTANT	23400	2.40	19740	13.0	30.6	312	63.2	196	1998	70.0
RS-540SH-6527	(*1)	4.8~9.6	9.6V CONSTANT	23400	1.60	20040	9.55	31.0	316	64.9	216	2202	57.0

Figure 3: Exemple de caractéristiques MCC

C'est à vous ...

Déterminer les caractéristiques suivantes :

- La vitesse, le couple moteur, la puissance mécanique au rendement maximal et le courant absorbé.
- La vitesse atteinte, le courant absorbé et le rendement pour un couple résistant de $50 \text{ mN} \cdot \text{m}$

3 Fonctionnement, constitution et symbole de la machine à courant continu

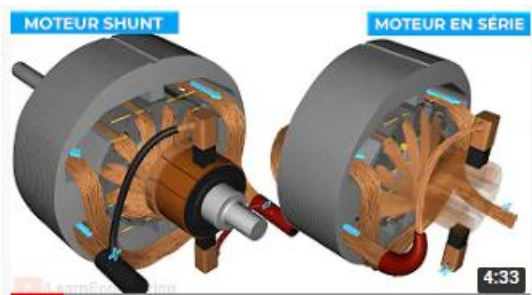
La machine à courant continu comme toute machine est constituée d'une partie fixe (le **stator**) et une partie mobile (le **rotor**).

L'enroulement³ porté par le stator ne nomment **Inducteur** destiné à créer un champ magnétique s'il s'agit d'une MCC bobinée. L'enroulement porté par le rotor se nomme l'**Induit**.

Les MCC de faible puissance sont constituées d'inducteurs réalisés avec des **aimants permanents**. Les deux fils habituellement visibles alimentent l'**induit**.

Vocabulaire

Stator	=	Inducteur ou Aimant permanents
Rotor	=	Induit



Vidéo fonctionnement et constitution d'une machine à courant continu



Petit moteur à courant continu

symboles MCC

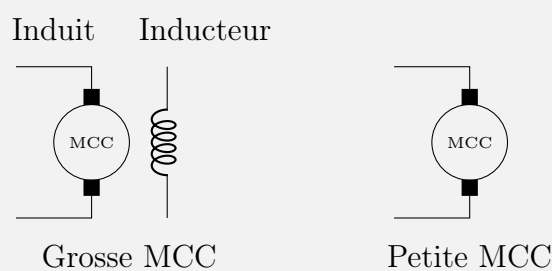


Figure 4: Symboles MCC

³Partie électrique bobinée = bobine électrique

4 Modélisation de la machine à courant continu

4.1 Modèle de connaissance d'une MCC

Le modèle de connaissance⁴ est le suivant et très connu :

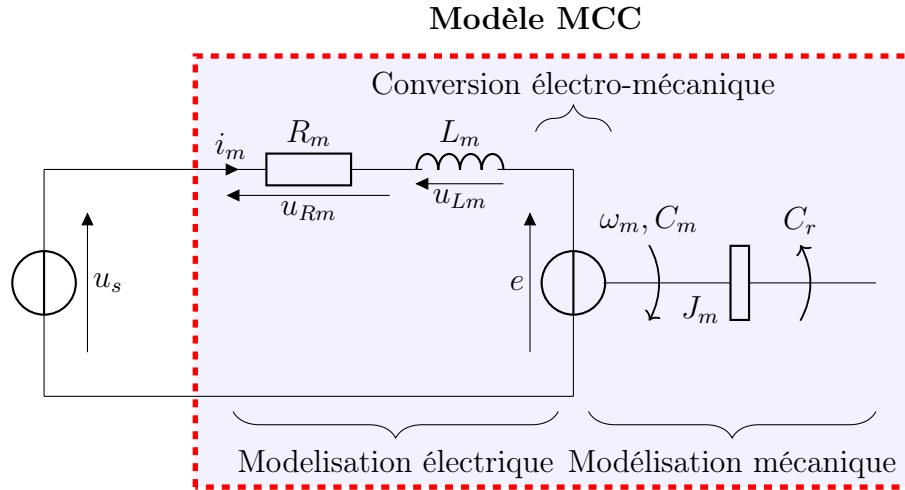


Figure 5: Modèle de connaissance de la machine à courant continu

Avec :

R_m	Résistance d'induit (en Ω)	L_m	Inductance d'induit (en Henry : H)
e	Force contre électromotrice (en V)	J_m	Moment d'inertie du rotor (en $kg \cdot m^2$)
i_m	Courant d'induit (en A)	ω_m	Vitesse de rotation angulaire (en $rad \cdot s^{-1}$)
C_m	Couple moteur (en $N \cdot m$)	C_r	Couple résitant propre au moteur (en $N \cdot m$)

Figure 6: Définition des variables du modèle d'une MCC

Equations électro-mécaniques du modèle d'une MCC

Ce modèle de connaissance est régi par 4 équations :

1 équation électrique :	$u_s = R_m \cdot i_m + L_m \cdot \frac{di}{dt} + e(1)$
2 équations électromécaniques :	$e = k_e \cdot \omega_m(2)$
	$C_m = k_i \cdot i_m(3)$
1 équation mécanique :	$C_m = J_m \cdot \frac{d\omega_m}{dt} + C_r(4)$

Figure 7: Equations électromécaniques MCC

⁴On distingue le modèle de connaissance du modèle de comportement. Le premier nécessite de connaître tous les paramètres de la MCC, le deuxième est construit à partir d'un résultat expérimental

Constantes de vitesse et de couple

k_e et k_i^a sont les constantes de vitesse et de couple respectivement en $\frac{V}{rad \cdot s^{-1}}$ et en $\frac{N \cdot m}{A}$
ATTENTION : Les documentations constructeurs ne donnent pas toujours ces constantes dans la bonne unité !

^aCes constantes k_i et k_e sont identiques $k_e = k_i = k$ pour les MCC à aimant permanent

À savoir faire...

L'équation 1 s'obtient en réalisant la loi de la maille sur la partie électrique

$$u_s = u_{R_m} + u_{L_m} + e \text{ avec } u_{r_m} = R_m \cdot i_m, u_{L_m} = L \cdot \frac{di_m}{dt}$$

L'équation 4 s'obtient en appliquant le PFD^a à la partie mécanique $\sum C_{ext} = J \cdot \frac{d\omega}{dt}$
 Les équations 2 et 3 font le lien entre la partie électrique et la partie mécanique.

^aPrincipe Fondamental de la Dynamique

4.2 Modèle en régime établi⁵

Equations en RÉGIME ETABLI

Les 4 équations se simplifient de la manière suivante :

1 équation électrique :	$U_s = R_m \cdot I_m + E$ (5)
2 équations électromécaniques :	$E = k_e \cdot \omega_m$ (6) $C_m = k_i \cdot I_m$ (7)
1 équation mécanique :	$C_m = C_r$ (8)

Figure 8: Equations en régime établi d'une MCC

5 Identification des paramètres

Pour réaliser le **modèle de connaissance** d'une MCC nous avons besoin de connaître les caractéristiques de la MCC afin de déterminer les différents paramètres évoqués à la figure 5 (soit : $R_m, L_m, k, J_m, C_{res}$)

Pour les identifier, deux possibilités :

- Soit nous disposons des données constructeur ;
- Soit il faut procéder expérimentalement.

⁵En régime établi en courant continu, toutes les grandeurs physiques ($u_s = U_s, i_m = I_m, e = E, \omega_m = \text{constante}$) sont constantes ce qui implique que $\frac{di}{dt} = 0$ et $\frac{d\omega_m}{dt} = 0$

Exemple de caractéristiques d'une MCC

Value at nominal voltage								Max Efficiency	Characteristics					
Voltage	No Load		At maximum efficiency			Stall			Terminal Resistance	Terminal Inductance	Contante Torque	Constante Speed	Mechanical time constante	Rotor Inertia
	Speed	current	Speed	Torque	Current	Torque	Current							
	Rpm	mA	rpm	mN.m	A	mN.m	A							
Moteur 220425														
6,0	5480	18,7	4240	8,560	0,840	37,9	3,65	86	1,64	0,0735	10,4	919	6,16	4,05
Moteur 220432														
24,0	6100	5,44	4660	10,500	0,284	44,4	1,19	87	20,2	0,952	37,4	255	6,04	4,18

Figure 9: Exemple de caractéristiques constructeur d'une MCC

5.1 Exemple de documentation constructeur

Un peu de vocabulaire

Voltage : tension nominale (tension d'alimentation prévue par le constructeur)

No Load : essai à vide (à vide = le moteur est alimenté mais n'entraîne aucune charge mécanique si ce n'est que son rotor)

Stall : Essais à Rotor Bloqué alimenté sous tension nominale.

Speed : vitesse à vide (rpm = tour par minute)

Current : courant

Torque : Couple mécanique

Max. Efficiency : rendement maximum.

At Max Efficiency : Au rendement maximum

Terminal résistance : résistance d'induit.

Terminal inductance : inductance d'induit.

Constante Torque : constante de couple.

Constante Speed : constante de vitesse.

Mechanical time constante : constante de temps τ (se prononce "Tau")^a du moteur.

Rotor inertia : moment d'inertie du rotor.

^aLe moteur atteint, à vide, sa vitesse finale au bout de $5 \cdot \tau$.

5.2 Détermination des paramètres fournis par le constructeur

Je vous propose de déterminer à présent les paramètres du modèle du moteur 220425 à partir de l'exemple figure 9.

La valeur de la résistance R_m : Tableau $\Rightarrow R_m = 1.64 \Omega$

La valeur de l'inductance L_m : Tableau $\Rightarrow L_m = 0.0735 mH$

Pour aller plus loin... / Détermination de R_m et L_m

L'essai à rotor bloqué (STALL) permet de déterminer la **valeur de la résistance** :
Il suffit d'appliquer la loi d'Ohm $U = R \cdot I$ en prenant les informations indiquées pour cet essai !

$$\text{Soit } R = \frac{U_{nominale}}{I_{STALL}} = \frac{6}{3.65} = 1.64 \, \Omega$$

Pour aller plus loin... / Détermination de R_m et L_m (suite)

Lors de l'essai rotor bloqué, le moteur se comporte comme un circuit RL^a. La force contre électromotrice e est nulle ($e = 0V$) car l'arbre moteur (le rotor) est immobilisé.

Modèle MCC rotor bloqué (STALL)

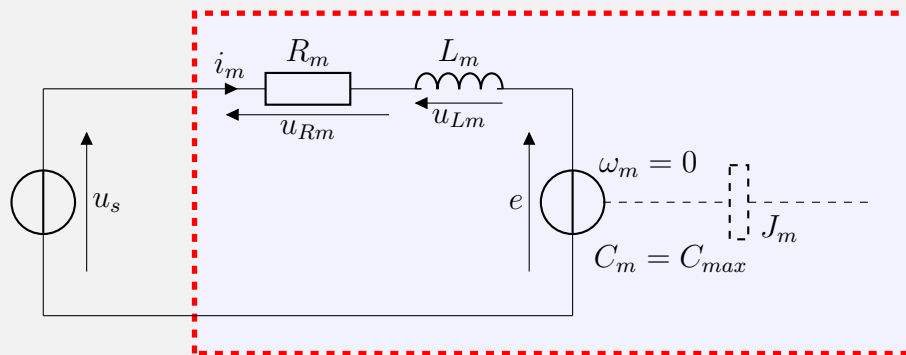


Figure 10: Essai rotor bloqué (STALL) - Equivalent circuit RL d'une MCC

Le rotor étant bloqué, $e = k \cdot \omega_m = 0$ car $\omega_m = 0$ et $u_{Lm} = L_m \cdot \frac{di_m}{dt} = 0$ en régime établi (il n'y a plus de variation de courant ($L \cdot \frac{di}{dt} = 0$), on abouti ainsi au schéma équivalent électrique suivant :

Modèle MCC rotor bloqué

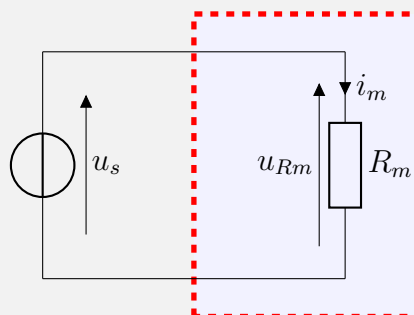


Figure 11: Essai rotor bloqué (STALL) - Equivalent circuit R en régime établi d'une MCC

^acircuit constitué d'une résistance R et d'une inductance L

Le moment d'inertie J_m : Tableau $\Rightarrow J_m = 4.05 \text{ g} \cdot \text{cm}^2 = 4.05 \cdot 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

Les constantes de vitesse et de couple :

$$k_e = 919 \frac{\text{rpm}}{\text{V}} \Rightarrow k_e = 10.4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{V}}{\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}}$$

$$k_i = 10.4 \frac{\text{mN} \cdot \text{m}}{\text{A}} \Rightarrow k_i = 10.4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{A}}$$

Pour aller plus loin...

L'essai à vide (NO LOAD) permet de déterminer la **valeur du coefficient** $k = k_e = k_i$.
Une fois encore la loi d'Ohm $U = R \cdot I$ permet d'y répondre :

$$\text{Soit } k = \frac{U_{\text{nominale}} - R_m \cdot I_{\text{NoLoad}}}{\omega_m \text{ nominale}} = \frac{6 - 1.64 \cdot 18.7 \cdot 10^{-3}}{\frac{5480 \cdot 2\pi}{60}} = 10.4 \cdot 10^{-3} \text{ V} \cdot \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Explications : Lors de l'essai à vide, une fois le régime établi atteint La force contre électromotrice E vaut $E = k \cdot \omega_m$.

L'équation 5 de la maille sur la partie électrique $U_s = U_{R_m} + E$ permet de trouver la relation suivante en remplaçant E par $k \cdot \omega_m$:

$$U_s = U_{R_m} + k \cdot \omega_m \text{ soit } k = \frac{U_s - U_{R_m}}{\omega_m} \text{ avec } U_s = U_{\text{nominale}}$$

Remarque :

Vous constaterez la nécessité d'avoir déterminé la valeur de R_m en amont par l'essai à rotor bloqué.

Couple résistant :

Le couple résistant propre de la MCC est obtenu par la relation 7 en utilisant le courant à vide $I_0 = 18.7 \text{ mA}$.

$$C_r = k_i \cdot I_0 = 10.4 \cdot 10^{-3} \times 18.7 \cdot 10^{-3} = 1.94 \cdot 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}$$

Pour aller plus loin...

À vide et en régime établi, $C_m = C_r$

car $C_m - C_r = J_m \cdot \frac{d\omega_m}{dt} = 0$ (rég. établi $\Rightarrow \omega_m = 0$) $\Rightarrow C_m = C_r$.

or $C_m = k \cdot i_m \Rightarrow C_m = C_r = k \cdot I_{\text{NoLoad}} = 10.4 \cdot 10^{-3} \times 18.7 \cdot 10^{-3} = 1.94 \cdot 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}$

5.3 Renseignement des paramètres sur le modèle

Nous disposons à présent de tous les paramètres pour enrichir le modèle de la MCC !

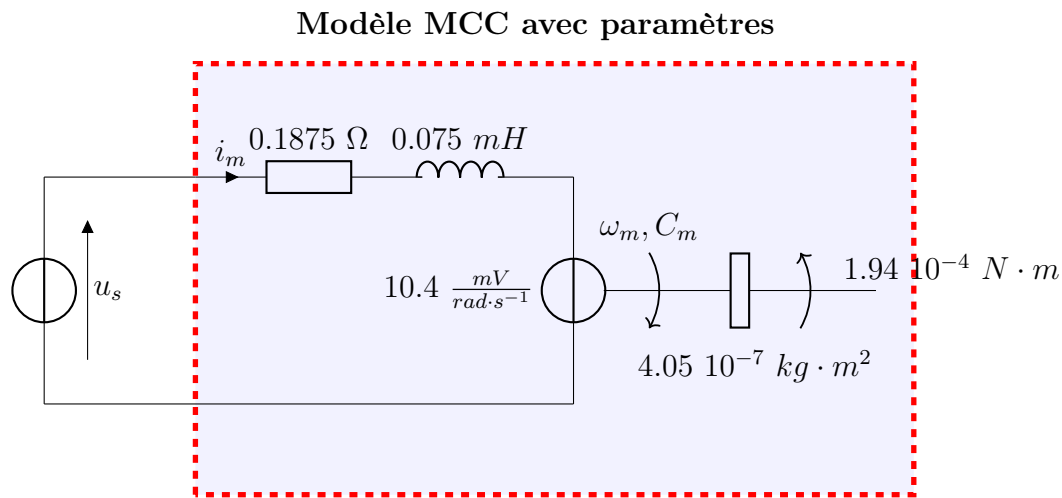


Figure 12: La MCC avec les paramètres renseignés

5.4 Modèle de simulation

Nous allons à présent créer le modèle de simulation avec le logiciel de modélisation multiphysique OpenModelica

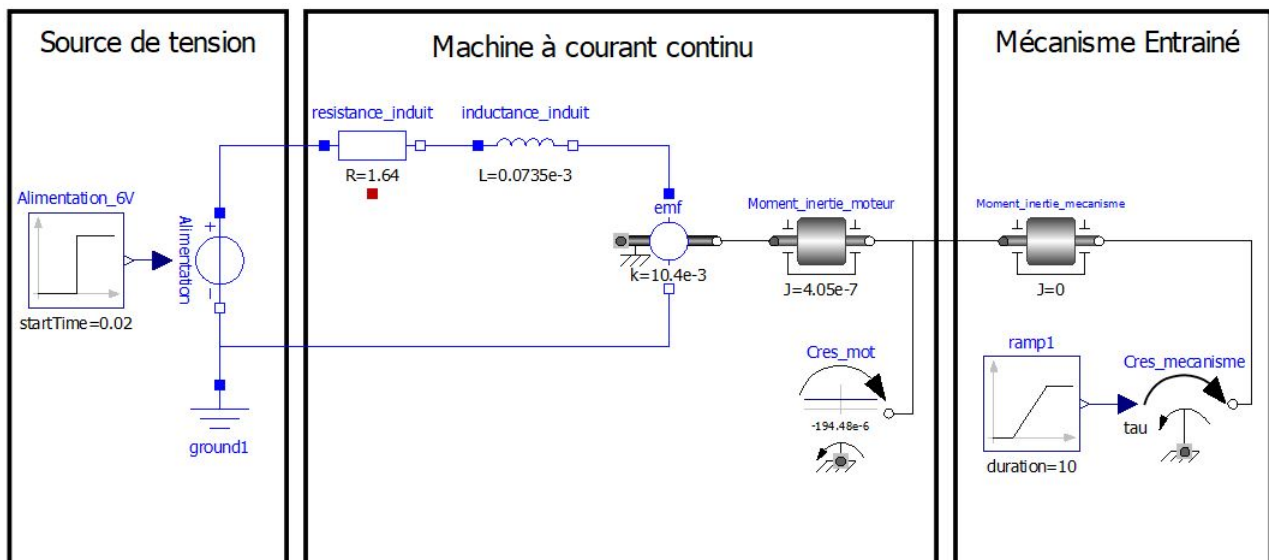


Figure 13: Modèle MCC avec OpenModelica™

Le modèle de simulation a permis d'obtenir les résultats suivants :

Performances simulées

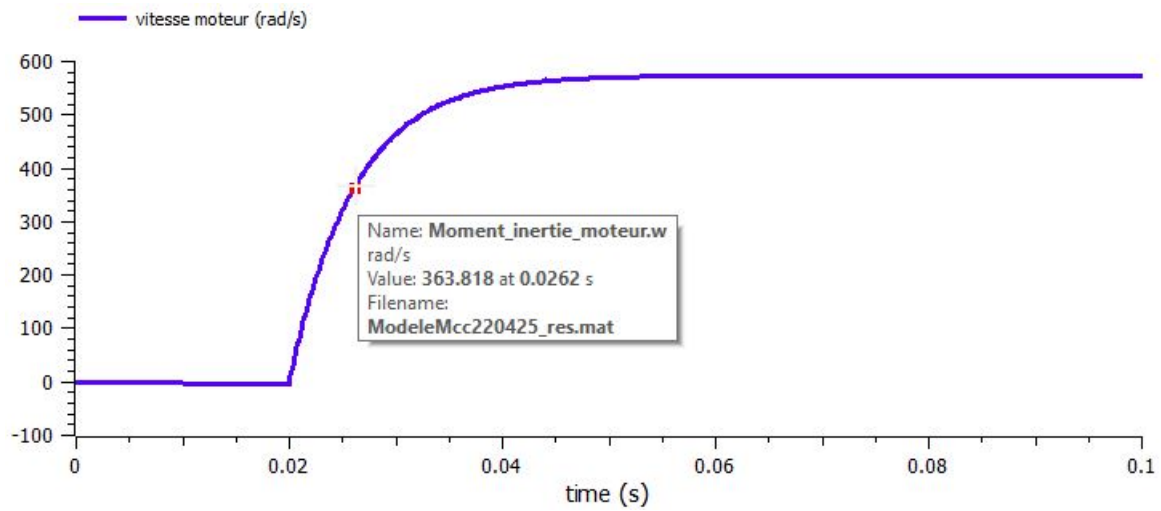


Figure 14: Evolution de la vitesse $\omega_m = f(t)$ du modèle

C'est à vous ...

Vérifier les performances cinématiques (vitesse max. atteinte, constante de temps) de la machine (fonctionnement en moteur) par rapport aux données constructeur...

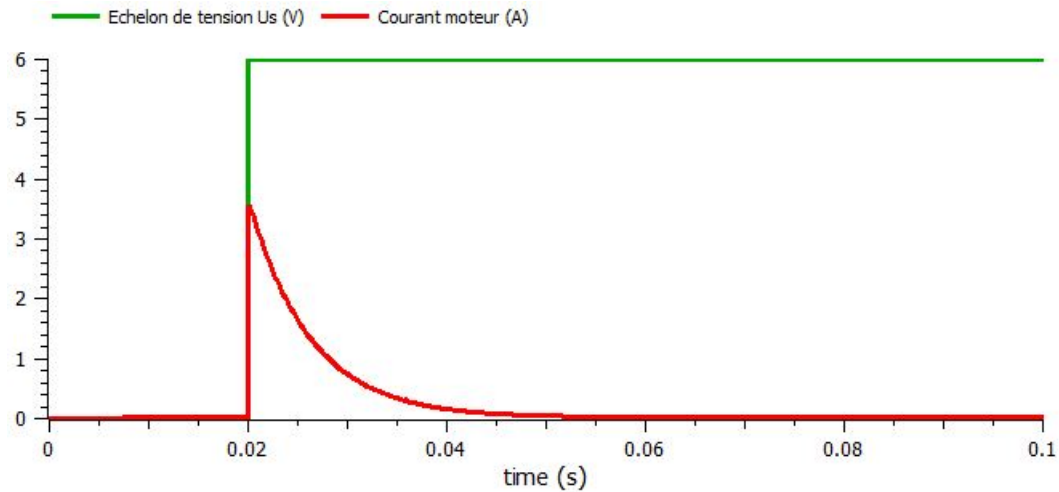


Figure 15: Evolution du courant moteur $i_m = f(t)$ du modèle

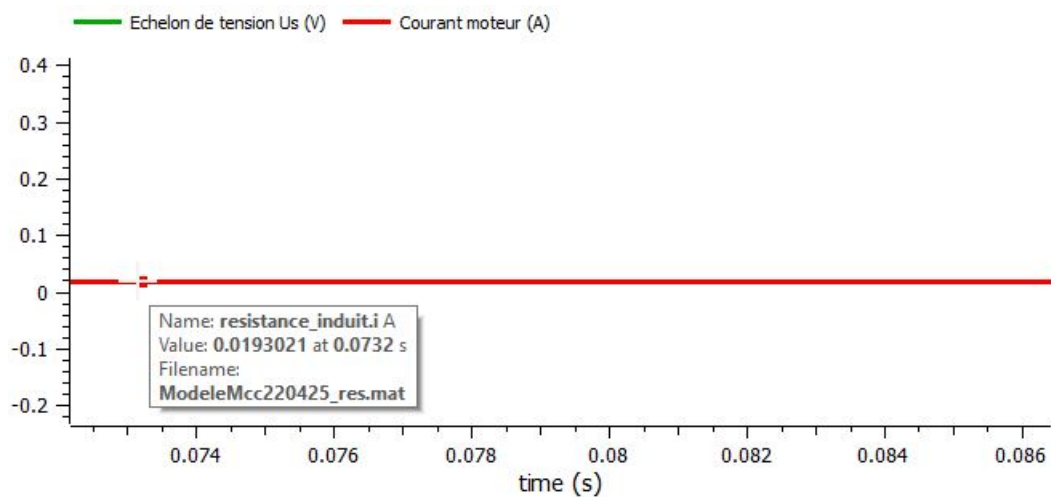


Figure 16: Evolution du courant moteur $i_m = f(t)$ du modèle en régime établi

C'est à vous ...

Vérifier les performances en courant (courant max. et courant en régime établi) de la machine (fonctionnement en moteur) par rapport aux données constructeur...