Les vecteurs et produit scalaire en ingénierie

Intérêts des vecteurs en ingénierie

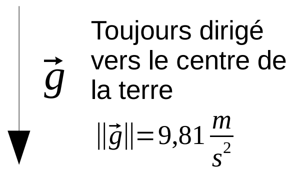
Les vecteurs sont très utilisés en ingénierie (mécanique et électrique particulièrement).

Ingénierie électrique :
- tension (v) ;
- courant (A).

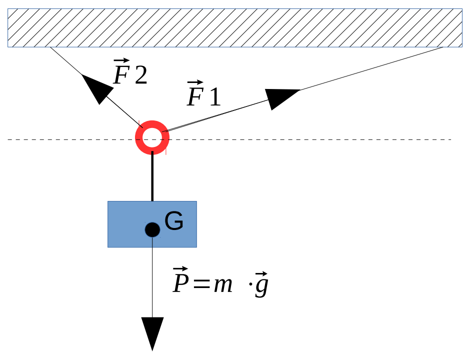
Ingénierie mécanique :
- force (N) ;
- couple (N.m) ;
- distance (m) ;
- vitesse de translation (m/s) ;
- vitesse de rotation (rad/s) ;
- accélération linéaire (m/s²) ;
- accélération angulaire (rad/s²).

Exemples :

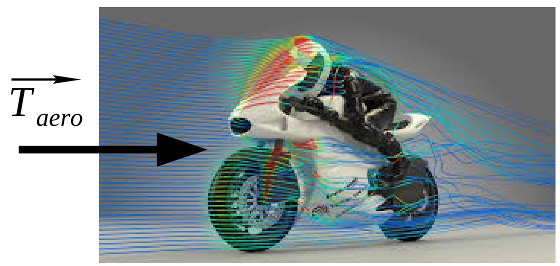
Modélisation de l'accélération de pesanteur



Modélisation des actions mécaniques (sur l'anneau central)



Traînée aérodynamique (Force s'opposant au déplacement)



Les vecteurs et produit scalaire en ingénierie

Intérêts du produit scalaire en ingénierie

Le produit scalaire est très utilisés en ingénierie essentiellement en mécanique.

Applications liées à la physique :

- Calcul du travail d'une force (en Joule)

$$W_{\vec{AB}}(\vec{F})=\vec{F}\cdot\vec{d}$$

- Calcul d'un puissance (en Watt)

$$P=\vec{F}\cdot\vec{v}$$

Applications liées aux mathématiques :

- Calcul d'une projection d'un vecteur sur un axe ;

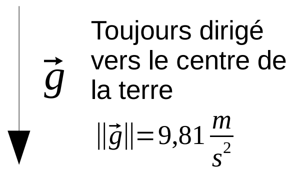
$$u_x=\vec{u}\cdot\vec{x}$$

- Calcul de la norme d'un vecteur

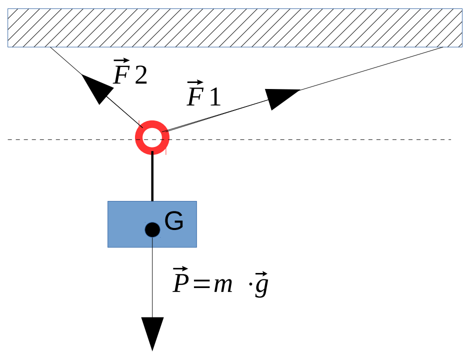
$$\|\vec{u}\|=\vec{u}\cdot\vec{u}=\vec{u}^2$$

Exemples :

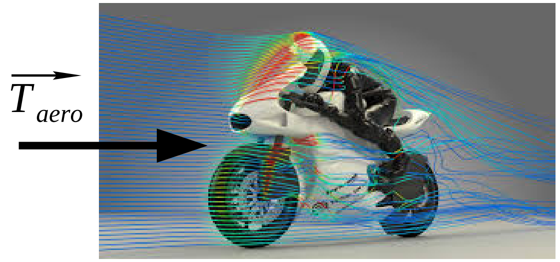
Modélisation de l'accélération de pesanteur



Modélisation des actions mécaniques (sur l'anneau central)



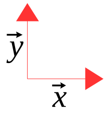
Traînée aérodynamique (Force s'opposant au déplacement)



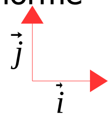
Les vecteurs et produit scalaire en ingénierie

Coordonnées & Composantes

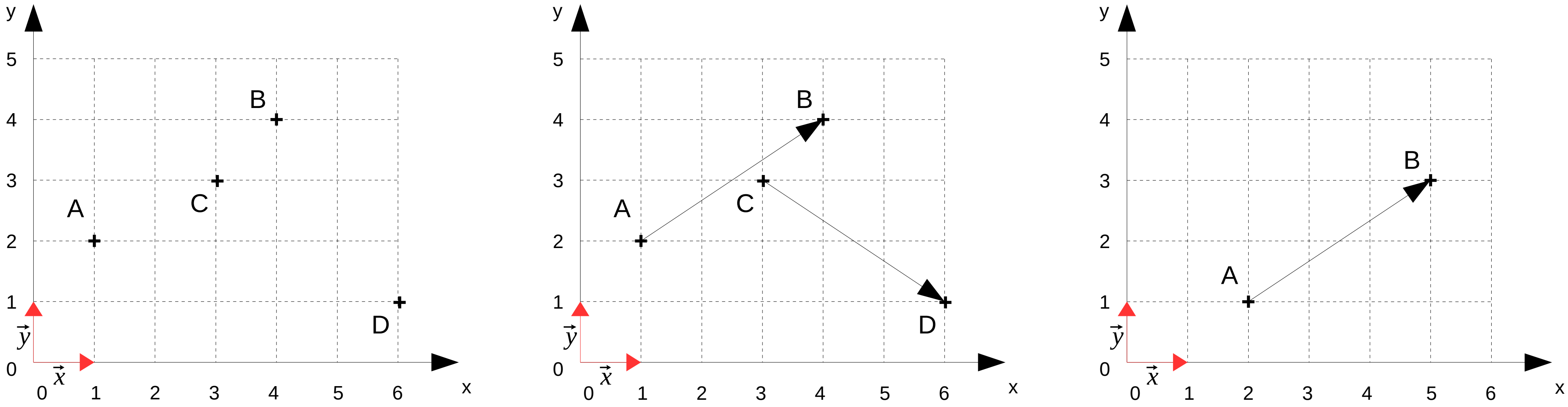
Repère orthonormé



$\|\vec{x}\|=\|\vec{y}\|=1$



$\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1$



Coordonnées des points

$A\begin{pmatrix}x_A\\y_A\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}x_B\\y_B\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}x_C\\y_C\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}x_D\\y_D\end{pmatrix}$

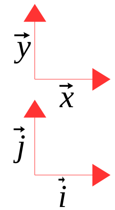
$A\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}4\\4\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}6\\1\end{pmatrix}$

Composantes de vecteurs

$\vec{AB}\begin{pmatrix}x_{AB}\\y_{AB}\end{pmatrix}$ $\vec{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ $\vec{AB}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$

$\vec{AB}=3\cdot\vec{x}+2\cdot\vec{y}$

$\vec{AB}=3\cdot\vec{i}+2\cdot\vec{i}$



$\vec{CD}\begin{pmatrix}x_{CD}\\y_{CD}\end{pmatrix}$ $\vec{CD}\begin{pmatrix}x_D-x_C\\y_D-y_C\end{pmatrix}$ $\vec{CD}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$

$\vec{CD}=3\cdot\vec{x}-2\cdot\vec{y}$

$\vec{CD}=3\cdot\vec{i}-2\cdot\vec{j}$